Faculté des Sciences
Université d'État d'Haïti

G-0342

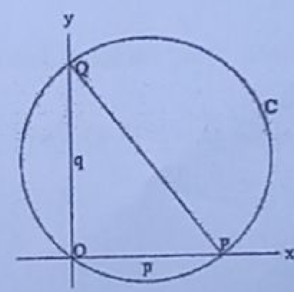
Mathématiques (Génie, Chimie) **Janvier 2021**

À Démontrer (total 40pts)

Soyez clairs, montrez les étapes de votre travail

1. (total 25 pts) Une suite de nombres réels x_1, x_2, x_3,…est définie de la manière suivante $x_1 = 1$, $x_2 = 3$ et pour $n \geq 3$, $x_n = 2x_{n-1} - x_{n-2} + 1$:
   a) (5 pts) Trouver les valeurs de x_4 et x_5
   b) (5 pts) Trouver les valeurs des constantes réelles A, B, C de telle sorte que pour n = 1, 2, 3 $x_n = A + Bn + Cn^2$
   c) (5 pts) En supposant que l'équation trouvée en (b) est valable pour $n \geq 1$, trouver la plus petite valeur de n pour que $x_n \geq 800$
   d) (10 pts) Une seconde suite de nombres réels y_1, y_2, y_3 … est définie de la manière suivante $y_1 = 1$ et $y_n = y_{n-1} + 2n$. Trouver en expliquant votre raisonnement une formule pour y_n valable pour $n \geq 2$. Trouver la valeur approximative de x_n/y_n pour des valeurs très grandes de n.

2. (total 15 pts) Soient p et q des nombres réels positifs. Soit P le point (p, 0) et Q le point (0, q)
   a) (10 pts) Montrer que l'équation du cercle C qui passe par P, Q et l'origine O est : $x^2 - px + y^2 - qy = 0$. Trouver le centre de C et sa surface
   b) (5 pts) Montrer que $\frac{Surface\ du\ cercle\ C}{Surface\ du\ triangle\ OPQ} \geq \pi$



<u>Écrire la réponse aux questions 3 à 6 sur la feuille de réponses (5pts par question, total 20 pts)</u>
<u>(Simplifiez au maximum)</u>

3. L'équation de la droite y = ax + b, passant par A(1, 0) et B(-3, 6) est:

4. Si $g(x) = x^3 - 3x^2 - 2x + 6$ et $f(x) = 2$ alors $g(f(x)) =$

5. Si $y = \left(e^{1/x}\right)^2$, alors $y'(x) =$

6. $\frac{1}{1+tan^2 A} + \frac{1}{1+cot^2 A} =$

<u>Questions à choix multiples. (5 pts par question, total 40 pts)</u>

Pour chaque question choisissez la meilleure réponse (sur la feuille de réponses)

7. Soit p(x) un polynôme de degré 4 ayant un extrema à x = 1 et à x = 2. Si $\lim_{x\to 0}\left(1 + \frac{P(x)}{x^2}\right) = 2$, alors p(2) =
   a) 2 b) -2 c) -1/4 d) 0 e) aucune des réponses précédentes

8. Le système d'équations :
   $x - 2y + 3z = -1$
   $-x + y - 2z = k$
   $x - 3y + 4z = 1$
   n'a aucune solution pour k =
   a) 3 b) -3 c) -1 d) 1 e) aucune des réponses précédentes

9. Soient r et s des entiers, alors $\frac{6^{r+s} \times 12^{r-s}}{8^r \times 9^{r+2s}}$ est un entier si
   a) $r + s \leq 0$ b) $s \leq 0$ c) $r \leq 0$ d) $r \leq s$ e) aucune des réponses précédentes

10. La plus petite valeur de $I(a) = \int_0^1 (x^2 - a)^2 dx$, quand a varie est :
    a) 3/20 b) 4/45 c) 7/13 d) 1 e) aucune des réponses précédentes

11. Pour $0 \leq x < 2\pi$, l'équation $\cos(sinx) = \frac{1}{2}$:
    a) n'a pas de solution b) a une solution c) a deux solutions d) a trois solutions
    e) aucune des réponses précédentes

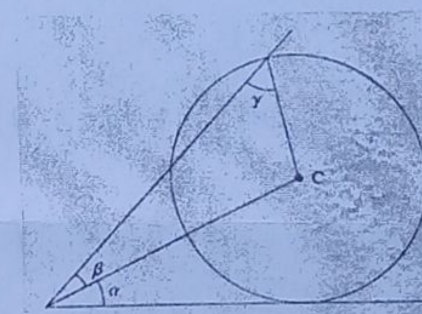
12. Soient 4 personnes A, B , C et D. chacune fait la déclaration suivante :

    A : je dis la vérité B : A dit la vérité

    C : B dit la vérité D : C a menti

    Seulement une personne dit la vérité, laquelle ?

    a)D b)A c)B d)C e) aucune des réponses précédentes



13. Soit un cercle de centre C avec les angles α, β, γ comme indiqué sur la figure. Les angles α, β, γ sont reliés par l'équation :

    a) $\cos\alpha = \sin(\beta + \gamma)$ b) $\sin\beta = \sin\alpha \times \sin\gamma$ c) $\sin\beta \times (1 - \cos\alpha) = \sin\gamma$

    d) $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \times \cos\gamma$ e) aucune des réponses précédentes

14. Soit $N = 2^k \times 4^m \times 8^n$ où k, m, n sont des nombres entiers positifs. Alors N sera un carré parfait à chaque fois que :

    a) k est pair b) $(k + n)$ est impair c) k est impair et $(m + n)$ pair d) $(k + n)$ est pair

    e) aucune des réponses précédentes