



Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles  
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 4 heures

**N.B :** Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

**PARTIE A.- Obligatoire (40 pts) / (8 pts / question)**

Recopier sur la feuille de mise au net la question accompagnée de la réponse jugée correcte en la justifiant.

1- La limite en  $e$  de la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = \frac{\ln x - 1}{x - e} \text{ est :}$$

- $e$
- $\frac{1}{e}$
- $1$
- $-\frac{1}{e}$

2- On considère la suite  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :

$$U_0 = 0 \text{ et } U_{n+1} = \frac{2U_n + 3}{U_n + 4}. \text{ On pose, pour tout entier}$$

naturel  $n$ ,  $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 3}$ . La suite  $(V_n)$  est une suite

géométrique de raison  $q =$

- $\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{5}$
- $5$
- $3$

3- Soit la série statistique suivante :

Valeur $x_i$	20	19	18	17	16
Effectif $n_i$	2	8	9	15	4

L'écart interquartile de cette série est égal à :

- $7$
- $2$
- $4$
- $13$

4- On tire une carte d'un jeu de 32 cartes. La probabilité que la carte soit un carreau sachant que c'est une carte rouge qui a été tirée est :

- $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{3}{4}$
- $1$

5- L'entier  $8 \times 10^n$  admet 154 diviseurs. La valeur de  $n$  est :

- $10$
- $7$
- $8$
- $11$

**PARTIE B.-**

Traiter deux (2) des trois (3) problèmes (30 pts / problème)

**Partie I**

1- On note l'intervalle  $[10; 50] = I$ . Soit  $f$  la fonction définie sur  $I$  par :  $f(x) = \frac{100}{x}(3 - \ln x)$ .

1) Calculer  $f'(x)$  où  $f'$  est la fonction dérivée de  $f$  sur  $I$  et montrer que  $f'(x) = \frac{100}{x^2}(\ln x - 4)$ .

2) Étudier le signe de  $f'(x)$  sur  $I$ .  
En déduire le tableau de variation de la fonction  $f$ .

3) Calculer  $f(e^3)$  et en déduire le signe de  $f$  sur  $I$ .

**Partie II**

La société Duval, qui fournit des hangars préfabriqués pour l'industrie, peut en produire jusqu'à 50 par mois.

Son bénéfice pour  $q$  unités produites ( $q$  entier entre 10 et 50), est donné par  $B(q) = -50(\ln q - 3)^2 + 30$  en milliers de gourdes.

- 1) Montrer que  $B'(q) = f(q)$ .
- 2) En déduire le tableau de variation de la fonction  $B$ .
- 3) Déterminer à l'aide de la calculatrice l'ensemble des valeurs de  $q$  qui permettent d'obtenir un bénéfice positif.
- 4) Déterminer la valeur de  $q$  qui permet d'obtenir un bénéfice maximum. Préciser ce bénéfice maximum.

2- Toutes les heures, on injecte à un sujet, une même dose de 1,8 unités, d'une substance médicamenteuse dans le sang. Les injections sont faites par piqûre intraveineuse. On suppose que la substance se répartit instantanément dans le sang et qu'elle est ensuite progressivement éliminée.

En l'espace d'une heure, la quantité de cette substance présente dans le sang diminue de 30%.

La première injection se fait à l'instant  $t = 0$ . Pour  $n$  dans  $\mathbb{N}^*$ , on note  $Q_n$  la quantité de substance présente dans le sang à l'instant  $t = n$  (en heures), dès que la nouvelle injection est faite.

- 1) a) Justifier l'égalité  $Q_1 = 1,8 + (0,7 \times 1,8)$ .  
b) Exprimer  $Q_2$  en fonction de  $Q_1$ , puis calculer  $Q_2$ .
- 2) Pour  $n$  dans  $\mathbb{N}^*$ , exprimer  $Q_{n+1}$  en fonction de  $Q_n$ .
- 3) Montrer par récurrence que, pour tout  $n$  dans  $\mathbb{N}^*$ , on a  $Q_n = 6(1 - (0,7)^{n+1})$ .
- 4) Donner une approximation au dixième près de la quantité de substance présente dans le sang à l'instant  $t = 5$ .
- 5) Déterminer la limite de la suite  $(Q_n)$  ainsi construite.

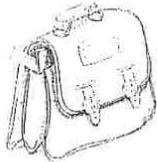
3- Pour prévenir deux maladies  $A$  et  $B$  chez les bovins d'un cheptel, on effectue des tests à un échantillon suffisamment important.

Les résultats montrent que :

- 5 % des bovins présentent la maladie  $A$ ;
- parmi les bovins atteints de la maladie  $A$ , 20% ont la maladie  $B$ ;
- parmi les bovins non atteints de la maladie  $A$ , 3% ont la maladie  $B$ .

On choisit au hasard un bovin dans ce cheptel et on considère les événements  $A$  : « Le bovin présente la maladie  $A$  » et  $B$  : « Le bovin présente la maladie  $B$  ».

- 1) Quelle est la probabilité que le bovin présente les deux maladies?
- 2) Quelle est la probabilité que le bovin présente la maladie  $B$ ?
- 3) Le bovin choisi au hasard présente la maladie  $B$ . Quelle est la probabilité qu'il présente la maladie  $A$ ?



Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles  
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 4 heures

**N.B :** Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

**PARTIE A.- Obligatoire (40 pts) / (8 pts / question)**

Recopier sur la feuille de mise au net la question accompagnée de la réponse jugée correcte en la justifiant.

- 1- L'équation différentielle  $y' = 3y$  admet pour solutions les fonctions  $f$  définies sur  $\mathbb{R}$  par :
  - $f(x) = ke^{-3x}$ , où  $k$  est une constante réelle.
  - $f(x) = ke^{3x}$ , où  $k$  est une constante réelle.
  - $f(x) = 0$
  - $f(x) = e^{3x} + k$ , où  $k$  est une constante réelle.
- 2-  $Z_1$  et  $Z_2$  sont les solutions de l'équation  $Z^2 - 2Z + 5 = 0$ .  
 $M_1$  et  $M_2$  sont les images des solutions  $Z_1$  et  $Z_2$ , alors le milieu  $I$  de  $[M_1M_2]$  a pour affixe.
  - $Z_1 = i$  •  $Z_1 = 2i$  •  $Z_1 = 3i$  •  $Z_1 = 1 + 4i$
- 3- La probabilité d'obtenir deux 6 en lançant quatre dés équilibrés vaut :
  - $\frac{5}{216}$  •  $\frac{15}{216}$  •  $\frac{25}{216}$  •  $\frac{35}{216}$
- 4- Soit  $(U_n)$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par :
 
$$U_n = \frac{n - \cos n}{n + 1}$$
  - $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -1$  •  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$
  - $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 1$  •  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$
- 5- L'intégrale  $I = \int_0^1 \frac{x+1}{x^2+2x+3} dx$  est égale à :
  - $2 \ln 2$  •  $\frac{1}{2} \ln 2$  •  $-2 \ln 2$  •  $-\frac{1}{2} \ln 2$

**PARTIE B.-**

Traiter deux (2) des quatre (4) problèmes (30 pts / problème)

- 1- Un dé est pipé de sorte que la probabilité d'apparition d'une face est proportionnelle à ce nombre. Soit  $X$  la variable aléatoire attachée au nombre de points qui apparaissent lorsqu'on lance ce dé.
  - 1) Donner la loi de probabilité de  $X$ .
  - 2) Dessiner le diagramme en bâtons de la loi de probabilité de  $X$ .
  - 3) Calculer  $V(X)$ .
  - 4) Étudier et représenter la fonction de répartition  $F$  de  $X$ .

- 2- Lors d'un achat le 1<sup>er</sup> janvier 2017, deux plantes, un manguier et un amandier, mesureraient respectivement 0,50m et 1,50m. On notera  $U_n$  et  $V_n$  les hauteurs en mètres de ces deux plantes au 1<sup>er</sup> janvier de l'année  $(2007 + n)$ , la hauteur du manguier augmente de 20% par an et celle de l'amandier de 4% par an.
  - 1) Calculer  $U_1, U_2, V_1, V_2$  au centimètre près.
  - 2) Montrer que pour tout  $n$  :
 
$$U_{n+1} = 1,2U_n \text{ et } V_{n+1} = 1,04V_n$$
  - 3) En déduire que chacune des suites  $(U_n)$  et  $(V_n)$  est une suite géométrique dont on précisera le 1<sup>er</sup> terme et la raison.
  - 4) Donner les expressions  $U_n$  et  $V_n$  en fonction de  $n$ .
  - 5) Résoudre dans  $[0; +\infty[$  l'équation  $(1,2)^x = 5$ .

- 3- Un artisan réalise des terrasses en bois exotique. Il achète le bois soit dans une grande surface spécialisée dans le bricolage, soit dans une scierie où le bois est débité et poncé à la demande.

Le but de cet exercice est la comparaison des prix proposés par ces deux fournisseurs.

En grande surface, le prix du bois est de 52 gourdes le m<sup>2</sup>.

Dans la scierie, en raison des frais occasionnés, le prix du bois est donné par :

$g(x) = x^3 - 18x^2 + 108x$  où  $x$  désigne la quantité de bois achetée, exprimée en m<sup>2</sup>.

- 1) Étude de la fonction  $g$  sur l'intervalle  $[0; 50]$ .
  - a) Calculer la dérivée  $g'$  et étudier son signe.
  - b) Donner le tableau de variation de  $g$ .

- 2) Comparaison des deux prix proposés.

Soit  $f(x)$  le prix en grande surface, où  $x$  désigne la quantité de bois achetée, exprimée en m<sup>2</sup>.

Soit  $h$  la fonction définie sur  $[0; 50]$  par  $h(x) = g(x) - f(x)$

- a) Donner l'expression de  $h(x)$  en fonction de  $x$ .
- b) Étudier le signe de  $h$  sur l'intervalle  $[0; 50]$ .
- 3) Déterminer l'intervalle (ou les intervalles) pour le(s)quel(s) il est plus économique pour l'artisan de s'approvisionner à la scierie.

- 4- On considère le polynôme complexe  $P$  tel que,  $\forall Z \in \mathbb{C} : P(Z) = Z^3 - (1+9i)Z^2 + (7i-28)Z + 10 + 28i$

- a) Montrer que  $P$  admet une racine imaginaire pure que l'on précisera.
- b) Factoriser  $P(Z)$ , puis résoudre l'équation  $P(Z) = 0$ .
- c) Si  $Z_0, Z_1$  et  $Z_2$  désignent les solutions de  $P(Z) = 0$ , alors placer dans le plan complexe les points  $N_0, N_1, N_2$  images respectives de ces solutions. Quelle est la nature du triangle  $N_0N_1N_2$ ?



Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles  
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 4 heures

**N.B :** Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

**PARTIE A.- Obligatoire (40 pts) / (8 pts / question)**

Recopier sur la feuille de mise au net la question accompagnée de la réponse jugée correcte en la justifiant.

1- On donne les nombres complexes  $Z_1 = 1 - i\sqrt{3}$  et  $Z_2 = 4 + 4i$

La forme exponentielle de  $Z_1 \cdot Z_2$  est :

- $8\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{12}}$
- $4\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{12}}$
- $8\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$
- $4\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$

2- Une primitive  $F$  de la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \ln x$  est exprimée par :

- $F(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$
- $F(x) = x \ln x - x$
- $F(x) = \frac{1}{x}$
- $F(x) = \ln x$

3- On lance 3 fois une pièce de monnaie équilibrée. La probabilité d'obtenir exactement une fois le côté « pile » est égale à :

- $\frac{1}{8}$
- $\frac{3}{8}$
- $\frac{7}{8}$
- 1

4- La solution particulière  $f$  de l'équation différentielle  $y' = y$  telle que  $f(1) = 2$  est :

- la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2^x$
- la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2x$
- la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2e^{x-1}$
- la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2e^x - 1$ .

5- On considère une suite arithmétique de premier terme  $U_0 = 5$  et de raison  $r = 4$ . La somme  $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_{200}$  vaut :

- 101 304
- 1004
- 81 405
- 4001

**PARTIE B.-**

Traiter deux (2) des quatre (4) problèmes (30 pts / problème)

1- On s'intéresse à la production annuelle d'une catégorie d'articles dans une entreprise. On sait que le nombre d'articles produits par mois est entre 0 et 500. On suppose que le coût total, exprimé en milliers de gourdes, peut être modélisé  $C$  défini sur l'intervalle  $[0; 5]$  par :  $C(x) = 2x^2 + xe^{-2x+3}$ , où  $x$  est exprimé en centaines d'articles.

- 1) a) Déterminer  $C'(x)$ ; le coût marginal.  
b) Calculer  $C(0)$  et  $C'(1, 5)$ .

En donner une interprétation concrète.

2) La fonction coût moyen, notée  $C_M$ , est la fonction définie sur  $]0; 5]$  par :  $C_M(x) = \frac{C(x)}{x}$ .

Donner une expression de  $C_M(x)$  en fonction de  $x$ .

- 3) a) Déterminer  $C_M'(x)$  où  $C_M'$  est la fonction dérivée de  $C_M$ .
- b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $1 - e^{-2x+3} = 0$
- c) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $1 - e^{-2x+3} > 0$
- d) En déduire le sens de variation de  $C_M$  sur  $]0; 5]$ .
- 4) Pour quelle production  $x$  l'entreprise a-t-elle un coût moyen minimal et quel est ce coût?

2- Dans la série statistique ci-dessous, deux valeurs ont été affectées. On connaît, par contre, le point moyen  $G$  par ses coordonnées :

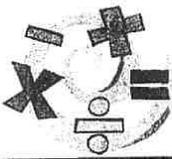
$$x_G = 7,5 \text{ et } y_G = 12,6.$$

$x_i$	8,2	7,4		6,1	9
$y_j$	15	12,1	16,3		12

- 1) Déterminer les valeurs manquantes  $x_3$  et  $y_4$ .
  - 2) Représenter le nuage de points  $(x_i, y_i)$  dans un repère orthogonal.
  - 3) Déterminer une équation de la droite  $D$  de régression de :
    - a)  $y$  en  $x$
    - b)  $x$  en  $y$
  - 4) Montrer que ces deux droites se coupent au point  $G(\bar{x}, \bar{y})$  ou  $G(x_G, y_G)$ .
  - 5) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre  $x$  et  $y$ .
- 3- On tire au hasard, en même temps, trois ampoules dans un lot de 15 ampoules dont 5 sont défectueuses. On appelle  $X$  le nombre d'ampoules défectueuses tirées lors d'un tirage.
- 1) Donner toutes les valeurs possibles pour la variable aléatoire  $X$ .
  - 2) Donner la loi de probabilité de  $X$ .
  - 3) Calculer  $E(X)$ . Que doit-on penser de ce résultat?
  - 4) Étudier et représenter graphiquement la fonction de répartition  $F$  de  $X$ .

4- Soit le nombre complexe :  $U = -\sqrt{3} + i$

- 1) Déterminer le module et un argument de  $U$ .
- 2) Déterminer les cinq racines cinquièmes de  $U$ .
- 3) Placer les points images de ces racines dans le plan complexe, puis préciser la nature de la figure géométrique obtenue.



Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles  
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 4 heures

**N.B :** Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

**PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 10). (30 pts / 3 pts par question).**

1- L'ensemble de définition de la fonction numérique

$f$  définie par  $f(x) = \frac{\sqrt{1+3x} - 2(2-x)}{x^2 + x - 2}$  est  $Df = \dots\dots\dots$

2- Si  $f$  est une fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$ , dont la courbe ( $\mathcal{C}$ ) en repère orthonormal admet la droite ( $\Delta$ ) d'équation  $y = 3x - 5$  comme asymptote oblique en  $+\infty$ , alors on a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \dots$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 3x] = \dots$

3- Le troisième terme de la suite  $U$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $U_n = \frac{3^{n+2}}{n!}$  est le réel  $\dots\dots\dots$

4- Une suite arithmétique  $(U_n)$  est telle que :  $U_0 = -3$  et  $U_1 = 4$ . Le quinzième terme de cette suite est le réel  $\dots\dots\dots$

5- La forme exponentielle du nombre complexe  $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$  est  $z = \dots\dots\dots$

6- Si  $A$  et  $B$  sont deux événements d'un espace probabilisé fini  $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$ , tels que  $A \subset B$  et  $p(\bar{B}) = \frac{5}{8}$ , alors on a  $p(A \cup B) = \dots\dots\dots$

7- On sait que, dans un espace probabilisé fini  $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), P)$ ,  $p(C) = 0,3$ ;  $p(D) = 0,2$  et  $p(C \cup D) = 0,8$ . Dans ce cas, on a  $p(D) = \dots\dots\dots$

8- Soit  $A$  une matrice de format  $3 \times 2$ . La transposée  $A'$  de  $A$  est une matrice de format  $\dots\dots\dots$

9- Les données d'une série statistique  $(x_i, y_i)$  sont inscrites dans le tableau suivant :

$x_i$	15	20	25	30	35	40
$y_i$	44,4	27	16,3	10	6,2	3,5

$G_1$  désigne le point moyen des 3 premières colonnes et  $G_2$ , celui des 3 dernières colonnes. L'équation de la droite  $(G_1G_2)$  est :  $y = \dots\dots\dots$

10- Le relevé des ventes de chaussures d'homme dans un magasin, en fonction des pointures est le suivant :

Pointures	40	41	42	43	44	45	46
Nombre de paires vendues	10	12	15	13	5	5	2

La médiane de cette série est  $\dots\dots\dots$

**PARTIE B.- Traiter deux (2) des quatre exercices. (35 pts)**

1. On remplit les cases d'un tableau de  $n$  lignes et de  $n$  colonnes de la manière suivante : sur la 1<sup>ère</sup> ligne, les naturels de 1 à  $n$ ; puis chaque nombre est égal à celui situé immédiatement au-dessus augmenté de 1.

1	2	3	...	$n$
2	3	4	...	$n+1$
3	4	5	...	$n+2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n$	$n+1$	$n+2$	...	...

- Préciser le dernier nombre écrit.
- Calculer, en fonction de  $n$ , la somme des nombres écrits sur la première ligne, celle des nombres écrits sur la deuxième ligne et celle des nombres écrits sur la dernière ligne.
- En déduire la somme de tous les nombres du tableau.

2. Une entreprise fabrique des appareils. Dans cette partie, on suppose que, si chaque appareil est vendu au prix unitaire  $x$  (en dollars), la quantité d'appareils demandés  $f(x)$ , en milliers d'unités, s'exprime par :  $f(x) = 200e^{-0,1x}$

La fonction  $f$  (fonction demande) est définie sur l'intervalle  $[15; 40]$

- Tracer la représentation graphique  $\mathcal{C}$  de la fonction  $f$  sur  $[15; 40]$
- Déterminer graphiquement le montant de la demande si l'entreprise propose l'appareil à 23 dollars.
- Par le calcul, déterminer dans quel intervalle doit se situer le prix unitaire pour que la quantité demandée soit supérieure ou égale à 9000 unités.
- Calculer  $f'(x)$  où  $f'$  désigne la fonction dérivée de la fonction  $f$ . En déduire le sens de variation de la fonction  $f$ .
- On appelle fonction d'offre la fonction  $g$  définie sur  $[15; 40]$  par :  $g(x) = 4x - 60$ .  
Le nombre  $g(x)$  est le nombre de milliers d'appareils que l'entreprise est capable de produire et de vendre au prix de  $x$  dollars l'appareil.  
Tracer sur le même graphique la représentation graphique de la fonction  $g$ .

3. Le plan  $(P)$  est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ , unité graphique : 3 cm

On considère l'application  $f$  de  $\mathbb{C} \setminus \{-2 - i\}$  dans  $\mathbb{C}$  définie par :  $f(z) = \frac{z+1-2i}{z+2+i}$

- Représenter dans  $(P)$  le point  $A$  d'affixe  $(-3 + i)$  et le point  $A'$  d'affixe  $f(-3 + i)$ .
- Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $f(z) = 2i$
- En posant  $z = x + iy$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $y \in \mathbb{R}$ , déterminer la partie réelle et la partie imaginaire de  $f(z)$ .
- Déterminer dans  $(P)$  l'ensemble  $E$  des points  $M$  d'affixe  $z$  tels que  $f(x)$  soit réel.

4. Une usine fabrique des ampoules électriques à l'aide de trois machines  $A$ ,  $B$  et  $C$ . La machine  $A$  assure 20% de la production et 5% des ampoules fabriquées par  $A$  sont défectueuses. La machine  $B$  assure 30% de la production et 4% des ampoules fabriquées par  $C$  sont défectueuses.

- Représenter cette situation par un arbre pondéré.
- 1) On choisit au hasard une ampoule, calculer les probabilités des événements suivants :  
 $E$  : « L'ampoule est défectueuse et produite par  $A$  »  
 $F$  : « L'ampoule est défectueuse et produite par  $B$  »  
 $G$  : « L'ampoule est défectueuse et produite par  $C$  »  
En déduire la probabilité pour qu'une ampoule prise au hasard soit défectueuse.  
2) Calculer la probabilité pour qu'une ampoule provienne de  $A$ , sachant qu'elle est défectueuse.

Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles  
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 4 heures

**N.B. :** Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développées. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

**PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 10). (30 pts / 3 pts par question).**

- L'écriture simplifiée de l'expression  $E = \frac{e^{3\ln 2}}{e^{-2}}$  est .....
- L'intégrale définie  $\int_{-2}^0 (2x+1)(x^2+x)dx$  est égale à .....
- Si les données d'une série statistique  $(x_i, y_i)$  ont permis d'obtenir  $V(x) = 2$  et  $\text{cov}(x, y) = 8$ ; alors le coefficient directeur de la droite de régression de  $y$  en  $x$  est égal au réel .....
- Le module du nombre complexe  $1 + e^{\frac{\pi}{4}}$  est égal à .....
- Soit  $A$  et  $B$  deux événements incompatibles d'un espace probabilisé fini  $(\Omega, \mathcal{G}(\Omega), p)$ . Si  $p(A) = 0,2$  et  $p(A \cap \bar{B}) = 0,5$ , alors  $p(B) = \dots\dots\dots$
- Une urne contient 3 boules noires, 4 boules blanches et 5 boules vertes. On tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne. La probabilité de tirer 3 boules de même couleur est  $p = \dots\dots\dots$
- Soit  $a$  et  $\alpha$  deux entiers naturels tels que  $a = 25 \times 6^\alpha$ . Si  $a$  possède 48 diviseurs positifs, alors la valeur de  $a$  est .....
- Soit  $(W_n)$  une suite arithmétique de premier terme  $W_1 = -2$ .  
Si  $W_{80} = 393$ , alors la somme  $S_{80} = W_1 + W_2 + \dots + W_{80}$  est égale à .....
- La matrice  $B = \begin{pmatrix} 4 & n \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$  est symétrique, avec  $n = \dots\dots\dots$
- Soit  $A$  et  $B$  deux points distincts du plan. Si  $C$  est le barycentre de  $(A, \alpha)$  et  $(B, \beta)$  et  $\overline{AC} = \frac{1}{5}\overline{AB}$ , alors on a :  
 $\alpha = \dots$  et  $\beta = \dots$

**PARTIE B.- Traiter deux (2) des quatre exercices. (35 pts)**

- On considère la fonction  $f$  définie par :  
 $f(x) = \ln[(x-1)(3-x)]$ . On note  $(\mathcal{C})$  la courbe de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O; i, j)$ .
  - Déterminer le domaine de définition de  $f$ .
  - Calculer les limites de  $f$  en 1 et en 3. En déduire les asymptotes éventuelles à la courbe  $(\mathcal{C})$  de  $f$ .
  - Étudier les variations de  $f$  et tracer la courbe  $(\mathcal{C})$ .
  - Écrire l'équation de la tangente à  $(\mathcal{C})$  en son point d'abscisse  $x_0 = 2$ .

- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  unité graphique 4 cm. A tout nombre complexe  $z$  différent de  $-i$ ,  $n$  associe le nombre complexe  $z' = \frac{z-2+i}{z+i}$ 
  - Si  $z = x + iy$ ,  $x$  et  $y$  étant deux réels, exprimer la partie réelle et la partie imaginaire de  $z'$  en fonction de  $x$  et  $y$ .  
On vérifiera que  $\text{Re}(z') = \frac{x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1}{x^2 + (y+1)^2}$
  - En déduire la nature de :
    - L'ensemble  $E$  des points  $M$  d'affixe  $z$ , tels que  $z'$  soit un réel.
    - L'ensemble  $F$  des points  $M$  d'affixe  $z$ , tels que  $z'$  soit un imaginaire pur.
    - Représenter ces deux ensembles dans le plan.
- On définit sur  $\mathbb{N}$  les suites  $(U_n)$  et  $(V_n)$  par  $U_0 = 1; V_0 = 2$  et, pour tout entier naturel  $n$ .  
 $U_{n+1} = \frac{3U_n + V_n}{4}$  et  $V_{n+1} = \frac{3V_n + U_n}{4}$ 
  - 1) Quelle est la nature de la suite  $(V_n - U_n)$ ?
  - 2) En déduire sa limite.
  - La suite  $(V_n - U_n)$  est-elle convergente?
  - On considère la suite  $(t_n)$  définie, sur  $\mathbb{N}$  par  $t_n = U_n + V_n$ .  
Démontrer que cette suite est constante.

- La durée, en heure, de fonctionnement d'un appareil électroménager jusqu'à ce que survienne la première panne est modélisée par une loi de probabilité  $P$ , appelée loi de durée de vie sans vieillissement. Elle est définie de la façon suivante : si on appelle  $X$  la variable aléatoire ainsi définie, la probabilité que l'appareil tombe en panne avant l'instant  $t$  est donnée par :  
 $P(X \leq t) = 1 - e^{-0,0005t}$   
On admet que  $(X \geq t)$  est l'événement contraire de l'événement  $(X \leq t)$  et il signifie que l'appareil tombe en panne après l'instant  $t$ .
  - Calculer la probabilité que l'appareil tombe en panne avant 2 000 heures de fonctionnement.
  - Calculer la probabilité que l'appareil tombe en panne après 10 000 heures de fonctionnement.