

Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 3 heures

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 10). (40 pts / 4 pts par question).

1) Si f est la fonction numérique de variable réelle x définie par $f(x) = \frac{2e^x}{e^x + 1}$, alors $f(\ln 3) = \dots\dots\dots$

2) Le domaine de définition de la fonction numérique f de variable réelle x définie par $f(x) = \frac{x - 3x^2}{\ln x}$ est $D_f = \dots\dots\dots$

3) Soit f la fonction numérique de variable réelle x définie par : $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$. La dérivée première de f est f' telle que $f'(x) = \dots\dots\dots$

4) Si (U_n) est une suite géométrique de premier terme $U_0 = -2$ et de raison $q = \frac{3}{5}$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \dots\dots\dots$

5) Soit (U_n) une suite arithmétique définie sur $\mathbb{N}$ telle que $U_0 = -2$ et $r = 3$.
Si $S = \sum_{i=0}^{15} U_i$ désigne la somme des 16 premiers termes de cette suite alors $S = \dots\dots\dots$

6) Si (U_n) est une suite numérique définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme $U_0 = 2$ et la relation de récurrence $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + C$, elle est alors une suite constante pour $C = \dots\dots\dots$

7) Dans un sac contenant uniquement 10 jetons rouges et 6 noirs, la probabilité de tirer simultanément 4 jetons de même couleur est $p = \dots\dots\dots$

8) Si A et B sont deux évènements indépendants d'un espace probabilisé fini $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$ tels que : $p(A \cap B) = 0,2$ alors $p(A) \times P(B) = \dots\dots\dots$

9) Pour une série statistique à deux variables x et y , si l'équation de la droite de régression de y en x est $y = -3x + 1$ et $\text{cov}(x, y) = -27$, alors $\text{var}(x) = \dots\dots\dots$

10) Si dans une série statistique (x_i, y_i) , on a $V(y) = 2$ et $\text{cov}(x, y) = 8$, alors le coefficient directeur de la droite de régression de x en y est égal à $\dots\dots\dots$

PARTIE B.-Traiter trois (3) des quatre (4) exercices. (60 pts)

1. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on désigne par (C) la courbe représentative de la fonction numérique f de variable réelle x définie par $f(x) = \frac{e^x - 4}{e^x + 2}$.
a) Préciser l'ensemble D_f de définition de f .
b) Déterminer les deux réels a et b tels que $\forall x \in D_f : f(x) = a + \frac{b}{e^x + 2}$
c) Calculer les limites de f aux bornes des intervalles de définition.
d) Étudier le signe de la dérivée de f .

2. Des sondages sont effectués parmi les clients d'un supermarché afin d'étudier leur fidélité à cette grande surface. Cette enquête conduit à penser que, chaque mois, 70% des clients du mois précédent restent fidèles à ce marché et qu'environ 3000 nouveaux clients apparaissent. On note U_n ($n \geq 1$) le nombre de clients venus au cours du n -ième mois de l'enquête. On suppose que $U_1 = 9\,000$.
a) Calculer U_2 .
b) Calculer U_3 .
c) Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n .
d) Justifier que cette suite n'est ni arithmétique ni géométrique.

3. Une variable aléatoire X a pour univers-image l'ensemble $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
a) Déterminer la loi de probabilité de X sachant que :
 $p(X > 5) = \frac{1}{12}$; $p(X < 2) = 2p(X = 6) = 2p(X = 2)$
 $p(X = 1) = p(X = 5)$ et $p(X \leq 3) = p(X \geq 4)$
b) Calculer l'espérance mathématique de X .
c) Calculer la variance de X .
d) Déterminer la fonction de répartition F de X .

4. Le poids (en lbs) d'un nourrisson est donné en fonction de sa taille (en centimètres) durant ses cinq premiers mois dans le tableau suivant :

Taille : x_i	41,5	42,5	44,5	47	49
Poids : y_i	5,5	6,6	8,2	9	11

a) Représenter le nuage de points associé à cette série dans un repère orthogonal.
b) Calculer $\text{cov}(x, y)$.
c) En déduire l'équation de la droite de régression de y en x .
d) Estimer le poids de ce bébé lorsqu'il atteint la taille de 60 cm.