



Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 3 heures

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 10). (40 pts / 4 pts par question).

- 1) Le domaine de définition de la fonction numérique f de variable réelle x telle que $f(x) = x - 3 - \ln(x - 3)$ est $Df = \dots\dots\dots$
- 2) La dérivée première f' de la fonction f définie par $f(x) = e^{3x^2 - 4x}$ est telle que $f'(x) = \dots\dots\dots$
- 3) Si (U_n) est la suite géométrique définie par $U_n = 2^{2n-1}$, alors la raison de cette suite est $q = \dots\dots\dots$
- 4) La somme $S = U_0 + U_1 + U_2 + \dots\dots + U_{40}$ d'une suite arithmétique de premier terme $U_0 = 3$ et de raison $r = -2$ est égale à $\dots\dots\dots$
- 5) Dans l'ensemble des nombres complexes, si $z = 1 + i$, alors sa forme exponentielle est $z = \dots\dots\dots$
- 6) Soit M une matrice carrée d'ordre 2 définie par :
 $M = \begin{bmatrix} a & b \\ 8 & -8 \end{bmatrix}$. Si la trace de M est nulle et son déterminant est égal à 16, alors on a $b = \dots\dots\dots$
- 7) On considère la variable aléatoire X dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :
- | | | | | | |
|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| x_i | -3 | -2 | 1 | 3 | 5 |
| $P(X = x_i)$ | 0,2 | 0,3 | 0,2 | 0,1 | 0,2 |
- On a donc $P(X \leq 1) = \dots\dots\dots$
- 8) Si la loi de probabilité d'une variable aléatoire X est donnée par le tableau :
- | | | | | | | |
|--------|------|------|------|---|------|------|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $p(X)$ | 0,23 | 0,33 | 0,25 | | 0,05 | 0,01 |
- alors l'espérance mathématique de X est $E(X) = \dots\dots\dots$
- 9) $G(5; 15,5)$ est le point moyen d'une série statistique. Si la droite d'ajustement de cette série a pour équation $y = ax + 10,5$, alors $a = \dots\dots\dots$
- 10) Les données d'une série statistique (x_i, y_i) sont inscrites dans le tableau ci-dessous.

x_i	1	2	3	4	5
y_i	14	17	22	23	28

La covariance des variables x et y est $cov(x, y) = \dots\dots\dots$

PARTIE B.-Traiter trois (3) des cinq (5) exercices. (60 pts)

1. Une entreprise achète une machine 5 000 dollars; elle peut la revendre au bout de t années au prix de :
 $V(t) = \frac{5}{0,5t + 1}$ pour $0 \leq t \leq 8$, où t est exprimé en années et $V(t)$ en milliers de dollars.
- a) Au bout de combien d'années la machine aura-t-elle perdu 50% de sa valeur à l'achat ?
- b) Quelle est sa valeur de revente au bout de 4 ans ?
- c) Calculer $\int_0^4 V(t) dt$.
- d) En déduire la valeur moyenne du prix de revente dans la période $[0; 4]$.

2. On considère la suite (U_n) , $n \in \mathbb{N}$ définie par :

$U_n = \int_n^{n+1} 2e^{-2x} dx$

- a) Calculer U_0 .
- b) Montrer que, pour tout entier naturel n ,
 $U_n = e^{-2n}(1 - e^{-2})$
- c) Démontrer que la suite (U_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
- d) On pose, pour tout entier naturel n ,
 $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$. Écrire S_n en fonction de n .

3. On considère le polynôme complexe P défini par :

$\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = z^3 + (3i - 6)z^2 + (10 - 18i)z + 30i$

- a) Calculer $P(-3i)$.
- b) Montrer que : $P(z) = (z + 3i)(z^2 - 6z + 10)$
- c) Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$
- d) Montrer que le produit des racines de l'équation $z^2 - 6z + 10 = 0$ est un réel.

4. Un jeu consiste à tirer trois boules d'une urne contenant 5 boules noires, 2 boules vertes et 1 boule rouge, toutes indiscernable au toucher. On note X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe le nombre de boules vertes tirées.
- a) Donner les valeurs prises par X .
- b) Donner la loi de probabilité de X .
- c) Calculer l'espérance mathématique de X .
- d) Calculer l'écart-type de X .

5. Le tableau suivant donne le poids y_i , en kg, d'un nourrisson x_i jours après sa naissance.

x_i	5	7	10	14	18	22	26
y_i	3,61	3,7	3,75	3,85	3,90	4,05	4,12

- a) Représenter graphiquement le nuage de points $(x_i; y_i)$ associé à cette série.
- b) Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage.
- c) Déterminer une équation de la droite de régression de y en x .
- d) Donner une estimation du poids d'un nourrisson 30 jours après sa naissance.