



Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 3 heures

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 10). (40 pts / 4 pts par question).

- 1) Dans un repère orthonormé du plan, (C) est la courbe de la fonction numérique de variable réelle x telle que $f(x) = (\ln x)^2 + x$. La pente de la tangente à (C) au point A d'abscisse e est le réel
- 2) Si la fonction numérique f de variable réelle x est définie par $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$, alors la limite de f en $-\infty$ est égale à
- 3) La suite réelle (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par son terme général $U_n = 3 + (-1)^n$ est périodique et sa période est $p = \dots\dots\dots$
- 4) Si (U_n) est une suite réelle définie sur $\mathbb{R}$ par : $U_n = \frac{2^n - 5 \cdot 3^n}{2^n + 3^n}$, alors on a $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \dots\dots\dots$
- 5) On définit un nombre complexe z par : $z = 2a - 6i + b^2i - 4$. Si z est réel, on a alors $b = \dots\dots\dots$
- 6) Dans le plan P de repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(1, 2)$, $B(-1, 3)$ et $C(1, 0)$. Les coordonnées du barycentre G des points A , B et C , affectés respectivement des coefficients 2, 4 et 5, sont $x_G = \dots\dots\dots$ et $y_G = \dots\dots\dots$
- 7) Si X est une variable aléatoire d'écart-type égal à 5, alors $\text{var}(-3X + 2) = \dots\dots\dots$
- 8) Soit $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ l'univers de l'espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$.
Si $p(\{1, 3, 5\}) = \frac{4}{7}$, alors $p(\{1, 4\}) = \dots\dots\dots$
- 9) Le coefficient de corrélation r donné par la formule $r = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sqrt{\text{var}(x)} \times \sqrt{\text{var}(y)}}$, est un nombre sans unité qui mesure la relation entre les deux variables x et y . on sait que plus le coefficient est proche de ou de, plus la corrélation est forte.
- 10) Soit une droite de régression de y en x d'équation : $y = 2 - 3x$. Si $\text{cov}(x, y) = -6$, alors $\text{var}(x) = \dots\dots\dots$

PARTIE B.-Traiter trois (3) des cinq (5) exercices. (60 pts)

- 1- On considère f une fonction numérique de variable réelle x telle que $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$ et on note (C) la courbe représentative de f dans un plan de repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- a) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- b) Étudier les limites de f aux bornes des intervalles du domaine.
- c) Étudier les variations de f .

- d) Montrer que le point $I(1, 0)$ est centre de symétrie de la courbe (C) de f .
- 2- Marconi reçoit de l'argent de poche chaque semaine. La première semaine, il reçoit 250 gourdes, puis chaque semaine, la somme reçue est augmentée de 20%.
- a) On appelle U_0 la somme reçue la première semaine (soit $U_0 = 250$). Démontrer que la somme reçue chaque semaine correspond aux termes successifs d'une suite arithmétique dont on donnera la raison.
- b) Exprimer U_n en fonction de n .
- c) Quand Marconi touchera-t-il plus de 800 gourdes par semaine ?
- d) S'il économise tout son argent, au bout de combien de temps pourra-t-il acheter une bicyclette coûtant 18000 gourdes ?
- 3- Soit P un polynôme complexe tel que, $\forall z \in \mathbb{C}$, $P(z) = z^3 - 2z^2 + 2(2 - 3i)z - 20$
- a) Montrer que $z_0 = 2i$ est une des racines de l'équation $P(z) = 0$.
- b) Factoriser $P(z)$
- c) Résoudre alors l'équation $P(z) = 0$.
- d) Le plan étant rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On désigne par A , B et C les points du plan d'affixes respectives z_0 , z_1 et z_2 solutions de l'équation. Préciser la nature du triangle ABC .
- 4- On lance deux (2) dés cubiques bien équilibrés D_1 et D_2 . Les faces de D_1 portent les nombres 2, 2, 4, 4, 6, 6 et celles de D_2 : 1, 1, 1, 3, 3 et 5.
On désigne par X la variable aléatoire qui est égale à la somme des deux nombres lus sur les faces supérieures des dés après immobilisation.
- a) Indiquer les valeurs prises par la variable aléatoire X .
- b) Déterminer la loi de probabilité de X .
- c) Déterminer la fonction de répartition F de X .
- d) Tracer la courbe cumulative de X dans un plan muni d'un repère orthogonal $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
- 5- Pour pouvoir apporter des améliorations à la circulation la mairie prend en compte le nombre de taxis (x_i) portant des passagers (y_i) . Les résultats permettent de dresser le tableau suivant :
- | | | | | | | |
|-------|----|---|---|---|---|---|
| x_i | 10 | 8 | 9 | 5 | 4 | 6 |
| y_i | 5 | 6 | 4 | 3 | 5 | 6 |
- a) Tracer le nuage de points correspondant à cette série.
- b) Trouver les coordonnées du point moyen G .
- c) Déterminer par la méthode des moindres carrés l'équation de la droite de régression de y en x .
- d) Déterminer le coefficient de corrélation de cette série.