



Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 3 heures

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 10). (40 pts / 4 pts par question).

- 1) Si une fonction numérique f de variable réelle x est telle que $f(x) = \frac{\ln(2+x)}{e^x + 5}$, alors son domaine de définition est $D_f = \dots\dots\dots$
- 2) L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation : $e^{2x} - e = 0$ est $\dots\dots\dots$
- 3) Soit (U_n) une suite réelle définie sur $\mathbb{N}$ par $U_n = \frac{5}{2} + \frac{2}{5}n$. La raison de cette suite est $r = \dots\dots\dots$
- 4) On pose, pour tout naturel n non nul, $U_n = \left(2 - \frac{1}{n}\right)(1 + \sqrt{n})$.
La limite de la suite (U_n) est égale à $\dots\dots\dots$
- 5) La forme exponentielle du nombre complexe $z = -3 + 3i$ est $z = \dots\dots\dots$
- 6) Dans le plan affine euclidien rapporté à un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Si le point G est le barycentre du système $\{(A, \alpha); (B, \beta) \text{ et } (C, \lambda)\}$ vérifiant la relation $2\vec{GC} - 3\vec{GB} + 2\vec{GA} = \vec{0}$; alors $\alpha = \dots; \beta = \dots$ et $\lambda = \dots$
- 7) Si X est une variable aléatoire discrète telle que : $E(X) = 5$ et $E(X^2) = 25E(X)$, alors l'écart-type de X est égale à $\dots\dots\dots$
- 8) Soit X une variable aléatoire discrète dont la loi de probabilité :
- | | | | |
|-------|-----|-----|-----|
| x_i | 1 | 2 | 3 |
| P_i | 1/4 | x | 2/4 |
- La valeur de l'inconnue x est alors le réel $\dots\dots\dots$
- 9) Une série statistique double est donnée par le tableau suivant :
- | | | | | | | |
|-------|-----|---|---|-----|----|----|
| x_i | 5 | 6 | 7 | a | 8 | 12 |
| y_i | b | 7 | 8 | 10 | 12 | 13 |
- Si le point moyen G a pour coordonnées $G(8; 9)$, alors les valeurs de a et b sont respectivement $\dots\dots\dots$ et $\dots\dots\dots$
- 10) Dans un quartier d'une ville du département de l'ouest on a fait le relevé du nombre de pièces par maison et voici les résultats.
- | | | | | | | |
|-------|----|----|----|----|----|----|
| x_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| n_i | 13 | 27 | 17 | 17 | 15 | 11 |
- Le nombre moyen de pièces par maison est égal à $\dots\dots\dots$

PARTIE B.-Traiter trois (3) des cinq (5) exercices. (60 pts)

1. Soit la fonction numérique f de variable réelle x définie par : $f(x) = e^{2x} - 4e^x + 3$
- a) Préciser le domaine de définition de la fonction f .
- b) Étudier les limites de f aux bornes du domaine de définition.
- c) Calculer la dérivée première de f .

- d) Trouver l'équation de la tangente à la courbe (C) de f au point d'abscisse $x_0 = 0$.
2. Une société haïtienne de transformation de produits agricoles a acheté 5000 tonnes de noix de cajou aux paysans en 2011. La société décide d'augmenter de 5% ses achats chaque année par rapport à l'année précédente. On note, pour tout entier naturel n , Q_n la quantité en tonnes de noix de cajou achetée en l'an $(2011 + n)$. On a $Q_0 = 5000$.
- a) Trouver la quantité de noix de cajou achetée en 2012.
- b) Démontrer que (Q_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
- c) Exprimer (Q_n) en fonction de n .
- d) Déterminer la quantité de noix de cajou qu'achètera cette société en 2020.
3. On considère le plan (P) muni d'un repère orthogonal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, l'équation.
- $(E) : z \in \mathbb{C}, z^3 - 2iz^2 + 4(1+i)z + 16i = 0$
- a) Montrer que l'équation (E) admet une solution réelle $z_0 = a$.
- b) Factoriser le polynôme $f(z) = z^3 - 2iz^2 + 4(1+i)z + 16i$
- c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) . On notera z_1 et z_2 les deux autres solutions de l'équation (E) telles que : $\text{Im}(z_1) = 0$ et $\text{Im}(z_0) > \text{Im}(z_2)$.
- d) Soient A, B et C les points d'affixes respectives z_0, z_1 et z_2 . Montrer que ABC est un triangle rectangle en B .
4. Une boîte contient 5 jetons numérotés 3, 1, 0, 4 et 7. Soit X une variable aléatoire qui prend pour valeurs les nombres inscrits sur les jetons ci-dessus tels que $p(X = 3) = p(X = 7) = \frac{3}{10}$ et $p(X = 0) = p(X = 4) = \frac{1}{10}$
- a) Calculer $p(X = 1)$.
- b) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire discrète X .
- c) Déterminer la variance de X .
- d) Déterminer la fonction de répartition F de X .
5. Le tableau ci-dessous représente la masse X (en kg) et la taille Y (en cm) d'un enfant relevées par son médecin traitant lors de 6 dernières visites médicales.
- | | | | | | | |
|------------------------|----|-----|------|----|------|------|
| Masse : x_i (en kg) | 4 | 5,4 | 10,2 | 11 | 12,6 | 19,8 |
| Taille : y_i (en cm) | 53 | 61 | 72 | 78 | 94 | 113 |
- a) Représenter le nuage de points $(x_i; y_i)$ dans un plan de repère orthogonal.
- b) Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage.
- c) Calculer la covariance de x et y .
- d) Déterminer une équation cartésienne de la droite de régression de y en x .