

Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 3 heures

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 10). (40 pts / 4 pts par question).

- 1) Si $I = \int_0^2 (2x + 1) dx = 6$, on a alors
 $J = \int_2^0 (2x + 1) dx = \dots\dots$
- 2) La dérivée première de la fonction numérique f définie par : $f(x) = x^2 e^{3x+1}$ est f' telle que $f'(x) = \dots\dots$
- 3) Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_n = \frac{8n+9}{2n+1}$.
Le plus grand des minorants de (U_n) est le nombre réel $\dots\dots\dots$
- 4) Soient (U_n) , (V_n) et (W_n) trois suites définies sur $\mathbb{N}$. Si, à partir d'un certain rang, on a $U_n \leq V_n \leq W_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} W_n = 2$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = \dots\dots$
- 5) Le module du nombre complexe $z = (1 - i\sqrt{3})(1 - i)$ est égal au réel $\dots\dots\dots$
- 6) Étant donné l'espace affine associé à l'espace vectoriel E . Si le point G est le barycentre des points pondérés $(A, -2)$, $(B, 1)$ et $(C, 4)$. Alors l'expression de $\overrightarrow{AG}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ est $\overrightarrow{AG} = \dots\dots\dots$
- 7) Si A et B sont deux évènements incompatibles d'un espace probabilisé fini $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$ tels que $p(A) = p(\overline{B}) = \frac{3}{8}$, alors $p(A \cup B) = \dots\dots$
- 8) A et B sont deux évènements d'un espace probabilisé fini $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$ tels que : $p_A(B) = p(B)$. Si, en outre, on sait que $p(A) = 0,5$ et $p(B) = 0,2$, alors on a $p_B(A) = \dots\dots\dots$
- 9) Si les données d'une série statistique $(x_i; y_i)$ ont permis d'obtenir $\text{var}(X) = 6$ et $\text{cov}(x, y) = 18$, alors la pente de la droite de régression de y en x est égal au réel $m = \dots\dots\dots$
- 10) On considère la série statistique (x, y) suivante :

x	1	2	3	4	5
y	10	9	12	13	9

Si G est le point moyen du nuage, alors ses coordonnées sont $\overline{X} = \dots\dots$ et $\overline{Y} = \dots\dots$

PARTIE B.-Traiter trois (3) des cinq (5) exercices. (60 pts)

1. On considère la fonction numérique f à variable réelle x définie par : $f(x) = \ln\left(\frac{3-x}{x+2}\right)$ et (C) sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormal.
a) Préciser l'ensemble de définition de f .

- b) Étudier les limites de f aux bornes des intervalles du domaine.
c) Étudier les variations de f .
d) Tracer la courbe (C) .
2. On considère la suite (U_n) définie par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = 3U_n - 1$, pour $n \geq 0$.
a) Déterminer U_1 et U_2 .
b) On pose, pour tout entier naturel n , $V_n = U_n - 0,5$. Montrer que (V_n) est une suite géométrique.
c) Donner la raison et le premier terme de la suite (V_n) .
d) Exprimer (V_n) en fonction de n .
3. Soit z un nombre complexe défini par $z = \frac{5 + 3i\sqrt{3}}{1 - 2i\sqrt{3}}$.
a) Mettre le nombre complexe z sous sa forme cartésienne.
b) Déterminer le module et un argument de z .
c) En déduire la forme trigonométrique de z .
d) De tout ce qui précède, calculer z^6 .
4. Un sac contient 6 boules numérotées de 1 à 6. On tire au hasard et en même temps deux boules du sac. On admet que les tirages sont équiprobables.
a) Quelle est la probabilité de l'évènement A , « les numéros obtenus sont impairs ».
b) On désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe la valeur absolue de la différence des 2 nombres obtenus. Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X .
c) Déterminer la loi de probabilité de X .
d) Déterminer la fonction de répartition de X .
5. La série statistique suivante à deux variables x et y représente les 5 spécimens fossiles d'un animal disparu pour lesquels on possède les mesures de la longueur en cm de leurs humeurs x et de leurs fémurs y .

x	44	65	71	75	87
y	40	60	59	65	75

a) Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage des points.
b) Calculer $\text{var}(x)$ et $\text{cov}(x, y)$
c) Déterminer l'équation de la droite de régression de y en x .
d) Calculer le coefficient de corrélation linéaire.