



Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 3 heures

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 10). (40 pts / 4 pts par question).

- Si la fonction f est définie sur $I = [\ln 2; \ln 4]$ par $f(x) = e^{2x}$, alors on a $\int_{\ln 2}^{\ln 4} f(x) dx = \dots\dots\dots$
- f est une fonction numérique telle que pour tout $x > 0$, $|f(x) - 3| \leq \frac{1}{x+1}$. La limite de f en $+\infty$ est égale à $\dots\dots\dots$
- Étant donné une suite réelle (U_n) , le nombre de termes de la somme $U_7 + \dots + U_{201}$ est $n = \dots\dots\dots$
- La suite (U_n) telle que : $U_n = \frac{5(2)^{n+1}}{3^{n+2}}$ est une suite géométrique de raison $q = \dots\dots\dots$
- Si z est un nombre complexe tel que $\text{Re}(z) = 1$ et $\text{Im}(z) = 2$; alors on a : $|3iz - 2|$ est égal à $\dots\dots\dots$
- La solution dans $\mathbb{C}$ de l'équation : $(1 - 2i)z + 1 - 4i = 0$ est $z = \dots\dots\dots$
- Soit E un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$ de dimension 3 et F un sous espace vectoriel de E défini par $-x = -2y = \frac{z}{3}$. Une base $\vec{u}$ de F est telle que $\vec{u}(1, \dots, \dots)$
- M et N sont 2 matrices carrées d'ordre 2 telles que $M \cdot N = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ si $M = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$, alors $N = \dots\dots\dots$
- Si E et F sont deux évènements d'un espace probabilisé fini $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$ tels que $p(E) = 0,7$, $p(E \cap F) = 0,2$ et $p(F \cup E) = 0,7$, alors $p(F)$ a pour valeur $\dots\dots\dots$
- On tire en même temps et au hasard 4 boules dans un lot de 20 boules dont 6 noires, 9 blanches et les autres rouges. La probabilité d'obtenir 4 boules de même couleur est égale à $\dots\dots\dots$

PARTIE B.- Traiter trois (3) des cinq (5) exercices. (60 pts)

- Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = x + 2 - \frac{2}{e^x - 1}$.
 - Calculer la limite de f en 0
 - Calculer la limite de f en $+\infty$
 - Montrer que la droite $y = x + 2$ est asymptote à la courbe C de f .
 - Calculer la dérivée première de f et déduire le tableau de variation.

- On considère les suites (U_n) et (V_n) définies sur $\mathbb{N}^*$ par :
$$\begin{cases} U_1 = 2 \\ U_{n+1} = 2U_n - \frac{1}{3} \end{cases} \text{ et } V_n = U_n - a; (a \in \mathbb{R})$$

- Déterminer la valeur de a pour laquelle (V_n) est une suite géométrique.
- Exprimer U_n ; puis V_n en fonction de n .
- Exprimer $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_{n-1} + U_n$ en fonction de n .

- Dans le plan complexe muni d'un repère, on considère les points A , B et C d'affixes respectives : $z_A = 1 + i$, $z_B = 3 + 2i$ et $z_C = 2 - i$
 - Montrer que le triangle ABC est rectangle isocèle en A .
 - Trouver l'affixe z_G de l'isobarycentre G du triangle ABC .
 - Sachant que z_A , z_B et z_C sont les racines d'un polynôme P du 3^{ème} degré tel que $P(1) = 2i$, déterminer $P(z)$ en fonction de z .

- E est un plan vectoriel muni d'une base $(\vec{i}, \vec{j})$ et f un endomorphisme de E tel que $f(\vec{i}) = 5\vec{i}$ et $f(\vec{j}) = 5\vec{j}$
 - Montrer que f est bijectif.
 - Montrer que, pour tout vecteur $\vec{V}$ de E , on a $f(\vec{V}) = 5\vec{V}$.
En déduire la nature de f .
 - Donner la matrice de la bijection réciproque f^{-1} de f .
 - Soit g un endomorphisme de E de matrice $B = \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ -2 & -9 \end{pmatrix}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$. Montrer que $f + g$ est une projection vectorielle de E .

- L'oral d'un examen comporte 20 sujets possibles. Un candidat en a révisé seulement 12. Il tire 3 sujets au hasard et en même temps. On considère la variable aléatoire X égale au nombre de sujets révisés parmi le 3 tirés.

- Quelles sont les valeurs prises par X ?
- Déterminer la loi de probabilité de X .
- Calculer l'espérance mathématique et la variance de X .