



Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 3 heures

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 10). (40 pts / 4 pts par question).

- 1) La fonction numérique h de variable réelle x définie par $h(x) = \frac{1}{x^2 + 4}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$, et sa dérivée est h' telle que $h'(x) = \dots\dots$
- 2) Soit f une fonction numérique à variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{2x}$. La primitive de f qui s'annule pour $x = \ln 2$ est F telle que $F(x) = \dots\dots\dots$
- 3) Le 4^{ème} terme de la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $U_n = \frac{2}{n \cdot n!}$ est le réel $\dots\dots\dots$
- 4) La raison de la suite arithmétique (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $U_n = 2n + 3$ est $r = \dots\dots\dots$
- 5) La forme exponentielle du nombre complexe $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ est $z = \dots\dots\dots$
- 6) Soit A , B et G trois points d'un plan tels que $\overrightarrow{AG} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$. Pour que le point G soit le barycentre du système de points massifs $\{(A; \alpha), (B; \lambda)\}$, on doit avoir $\alpha = \dots\dots$ et $\lambda = \dots\dots$
- 7) A et B sont deux évènements d'un espace probabilisé fini $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$ tels que : $p_A(B) = p(B)$. Si, en outre, on a $p(A) = 0,5$ et $p(B) = 0,2$, alors la probabilité de l'évènement $A \cap B$ est $p(A \cap B) = \dots\dots$
- 8) On sait que 35% des lycéens pratiquent le football (sport A), 25% le basketball (sport B) et 15% les deux sports (A et B). On interroge au hasard un lycéen. La probabilité p pour qu'il ne pratique aucun des sports A et B est donc $p = \dots\dots\dots$
- 9) Si une série statistique double (x, y) est donnée par le tableau suivant :
- | | | | | |
|-------|----|----|----|----|
| x_i | 1 | 2 | 3 | 4 |
| y_i | 10 | 20 | 30 | 40 |
- on a alors $\text{cov}(x, y) = \dots\dots\dots$
- 10) Une série statistique double est donnée par le tableau suivant :
- | | | | | | | |
|-------|-----|---|---|-----|----|----|
| x_i | 5 | 6 | 7 | a | 8 | 12 |
| y_i | b | 7 | 8 | 10 | 12 | 13 |
- Si le point moyen G a pour coordonnées $G(8; 9)$, alors les valeurs de a et b sont respectivement $\dots\dots\dots$ et $\dots\dots\dots$

PARTIE B.-Traiter trois (3) des cinq (5) exercices. (60 pts)

1. Soit f la fonction de variable réelle x définie par $f(x) = \frac{2 - e^x}{e^x - 1}$ et (C) sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- a) Déterminer le domaine de définition de f

- b) Étudier les limites de f aux bornes des intervalles où la fonction est définie.
- c) Montrer que le point $I\left(0, -\frac{3}{2}\right)$ est centre de symétrie de (C) .
- d) Étudier les variations de f .
2. Soit la suite (U_n) définie par U_0 fixé et pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $U_n = 1,05U_{n-1} + 1000$ et soit (V_n) la suite définie par $V_n = U_n + 20000$
- a) Calculer U_1 en fonction de U_0 .
- b) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
- c) Calculer V_n en fonction de V_0 et de n .
- d) En déduire U_n en fonction de U_0 et de n .
3. Soit P un polynôme complexe de degré 3 à coefficients réels.
- a) Sachant que $z_0 = 4$ et $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ sont deux des trois racines de l'équation $P(z) = 0$, quelle est donc l'autre racine z_2 ?
- b) Justifier que $P(z) = z^3 - 6z^2 + 12z - 16$.
- c) Écrire z_0, z_1 et z_2 sous forme exponentielle.
- d) Montrer que les points images respectifs A, B et C des racines z_0, z_1 et z_2 sont les sommets d'un triangle équilatéral.
4. On lance 3 fois de suite une pièce de monnaie bien équilibrée. Un joueur gagne 10 gdes si « pile » apparaît et il perd 6 gdes si « face » apparaît. On désigne par X , la variable aléatoire associée au gain obtenu; une perte étant considérée comme un gain négatif.
- a) Représenter par un diagramme en arbre le nombre de lancers possibles.
- b) Quelles sont les valeurs prises par X ?
- c) Écrire la loi de probabilité de X .
- d) Déterminer la variance de X .
5. La série statistique suivante à deux variables x et y représente les 5 spécimens fossiles d'un animal disparu pour lesquels on possède les mesures de la longueur en cm de leur humerus x et de leurs fémurs y .
- | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|
| x | 44 | 65 | 71 | 75 | 87 |
| y | 40 | 60 | 59 | 65 | 75 |
- a) Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage des points.
- b) Calculer $\text{var}(x)$ et $\text{cov}(x, y)$
- c) Déterminer l'équation de la droite de régression de y en x .
- d) Calculer le coefficient de corrélation linéaire.