



Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 4 heures

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 10). (30 pts / 3 pts par question).

- 1- L'écriture simplifiée de l'expression $E = \frac{e^{3\ln 2}}{e^{-2}}$ est
- 2- L'intégrale définie $\int_{-2}^0 (2x+1)(x^2+x)dx$ est égale à
- 3- Si les données d'une série statistique $(x_i; y_i)$ ont permis d'obtenir $V(x) = 2$ et $\text{cov}(x, y) = 8$; alors le coefficient directeur de la droite de régression de y en x est égal au réel
- 4- Le module du nombre complexe $1 + e^{i\frac{\pi}{4}}$ est égal à
- 5- Soit A et B deux événements incompatibles d'un espace probabilisé fini $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$. Si $p(A) = 0,2$ et $p(A \cap \bar{B}) = 0,5$, alors $p(B) = \dots\dots\dots$
- 6- Une urne contient 3 boules noires, 4 boules blanches et 5 boules vertes. On tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne. La probabilité de tirer 3 boules de même couleur est $p = \dots\dots\dots$
- 7- Soit a et α deux entiers naturels tels que $a = 25 \times 6^\alpha$. Si a possède 48 diviseurs positifs, alors la valeur de a est
- 8- Soit (W_n) une suite arithmétique de premier terme $W_1 = -2$.
Si $W_{80} = 393$, alors la somme $S_{80} = W_1 + W_2 + \dots + W_{80}$ est égale à
- 9- La matrice $B = \begin{pmatrix} 4 & n \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$ est symétrique, avec $n = \dots\dots$
- 10- Soit A et B deux points distincts du plan. Si C est le barycentre de (A, α) et (B, β) et $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{5} \overrightarrow{AB}$, alors on a :
 $\alpha = \dots$ et $\beta = \dots$

PARTIE B.- Traiter deux (2) des quatre exercices. (35 pts)

1. On considère la fonction f définie par :
 $f(x) = \ln[(x-1)(3-x)]$. On note $(\mathcal{C})$ la courbe de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 - a) Déterminer le domaine de définition de f .
 - b) Calculer les limites de f en 1 et en 3. En déduire les asymptotes éventuelles à la courbe $(\mathcal{C})$ de f .
 - c) Étudier les variations de f et tracer la courbe $(\mathcal{C})$.
 - d) Écrire l'équation de la tangente à $(\mathcal{C})$ en son point d'abscisse $x_0 = 2$.

2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$ unité graphique 4 cm. A tout nombre complexe z différent de $-i$, n associe le nombre complexe $z' = \frac{z-2+i}{z+i}$

- 1) Si $z = x + iy$, x et y étant deux réels, exprimer la partie réelle et la partie imaginaire de z' en fonction de x et y .
On vérifiera que $\text{Re}(z') = \frac{x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1}{x^2 + (y+1)^2}$

- 2) En déduire la nature de :
 - a) L'ensemble E des points M d'affixe z , tels que z' soit un réel.
 - b) L'ensemble F des points M d'affixe z , tels que z' soit un imaginaire pur.
 - c) Représenter ces deux ensembles dans le plan.

3. On définit sur $\mathbb{N}$ les suites (U_n) et (V_n) par $U_0 = 1$; $V_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n .

$$U_{n+1} = \frac{3U_n + V_n}{4} \text{ et } V_{n+1} = \frac{3V_n + U_n}{4}$$

- a) 1) Quelle est la nature de la suite $(V_n - U_n)$?
2) En déduire sa limite.
- b) La suite $(V_n - U_n)$ est-elle convergente?
- c) On considère la suite (t_n) définie, sur $\mathbb{N}$ par $t_n = U_n + V_n$.
Démontrer que cette suite est constante.

4. La durée, en heure, de fonctionnement d'un appareil électroménager jusqu'à ce que survienne la première panne est modélisée par une loi de probabilité P , appelée loi de durée de vie sans vieillissement. Elle est définie de la façon suivante : si on appelle X la variable aléatoire ainsi définie, la probabilité que l'appareil tombe en panne avant l'instant t est donnée par :

$$P(X \leq t) = 1 - e^{-0,0005t}$$

On admet que $(X \geq t)$ est l'événement contraire de l'événement $(X \leq t)$ et il signifie que l'appareil tombe en panne après l'instant t .

- a) Calculer la probabilité que l'appareil tombe en panne avant 2 000 heures de fonctionnement.
- b) Calculer la probabilité que l'appareil tombe en panne après 10 000 heures de fonctionnement.