



Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 4 heures

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Obligatoire (40 pts) / (8 pts / question)

Recopier sur la feuille de mise au net la question accompagnée de la réponse jugée correcte en la justifiant.

- 1- L'équation différentielle $y' = 3y$ admet pour solutions les fonctions f définies sur $\mathbb{R}$ par :

☐ $f(x) = ke^{-3x}$, où k est une constante réelle.
☐ $f(x) = ke^{3x}$, où k est une constante réelle.
☐ $f(x) = 0$
☐ $f(x) = e^{3x} + k$, où k est une constante réelle.

- 2- Z_1 et Z_2 sont les solutions de l'équation $z^2 - 2z + 5 = 0$.

M_1 et M_2 sont les images des solutions Z_1 et Z_2 , alors le milieu I de $[M_1M_2]$ a pour affixe.

☐ $Z_1 = i$ ☐ $Z_1 = 2i$ ☐ $Z_1 = 3i$ ☐ $Z_1 = 1 + 4i$

- 3- La probabilité d'obtenir deux 6 en lançant quatre dés équilibrés vaut :

☐ $\frac{5}{216}$ ☐ $\frac{15}{216}$ ☐ $\frac{25}{216}$ ☐ $\frac{35}{216}$

- 4- Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par :

$U_n = \frac{n - \cos n}{n + 1}$

☐ $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -1$ ☐ $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$
☐ $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 1$ ☐ $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$

- 5- L'intégrale $I = \int_0^1 \frac{x+1}{x^2+2x+3} dx$ est égale à :

☐ $2 \ln 2$ ☐ $\frac{1}{2} \ln 2$ ☐ $-2 \ln 2$ ☐ $-\frac{1}{2} \ln 2$

- 2- Lors d'un achat le 1^{er} janvier 2017, deux plantes, un manguier et un amandier, mesureraient respectivement 0,50m et 1,50m. On notera U_n et V_n les hauteurs en mètres de ces deux plantes au 1^{er} janvier de l'année $(2007 + n)$, la hauteur du manguier augmente de 20% par an et celle de l'amandier de 4% par an.

1) Calculer U_1 , U_2 , V_1 , V_2 au centimètre près.

2) Montrer que pour tout n :

$U_{n+1} = 1,2 U_n$ et $V_{n+1} = 1,04 V_n$

3) En déduire que chacune des suites (U_n) et (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le 1^{er} terme et la raison.

4) Donner les expressions U_n et V_n en fonction de n .

5) Résoudre dans $[0; +\infty[$ l'équation $(1,2)^x = 5$.

- 3- Un artisan réalise des terrasses en bois exotique. Il achète le bois soit dans une grande surface spécialisée dans le bricolage, soit dans une scierie où le bois est débité et poncé à la demande.

Le but de cet exercice est la comparaison des prix proposés par ces deux fournisseurs.

En grande surface, le prix du bois est de 52 gourdes le m².

Dans la scierie, en raison des frais occasionnés, le prix du bois est donné par :

$g(x) = x^3 - 18x^2 + 108x$ où x désigne la quantité de bois achetée, exprimée en m².

1) Étude de la fonction g sur l'intervalle $[0; 50]$.

- a) Calculer la dérivée g' et étudier son signe.
b) Donner le tableau de variation de g .

2) Comparaison des deux prix proposés.

Soit $f(x)$ le prix en grande surface, où x désigne la quantité de bois achetée, exprimée en m².

Soit h la fonction définie sur $[0; 50]$ par

$h(x) = g(x) - f(x)$

- a) Donner l'expression de $h(x)$ en fonction de x .
b) Étudier le signe de h sur l'intervalle $[0; 50]$.

3) Déterminer l'intervalle (ou les intervalles) pour le(s)quel(s) il est plus économique pour l'artisan de s'approvisionner à la scierie.

- 4- On considère le polynôme complexe P tel que,

$\forall z \in \mathbb{C} : P(Z) = Z^3 - (1+9i)Z^2 + (7i-28)Z + 10 + 28i$

a) Montrer que P admet une racine imaginaire pure que l'on précisera.

b) Factoriser $P(Z)$, puis résoudre l'équation $P(Z) = 0$.

c) Si Z_0 , Z_1 et Z_2 désignent les solutions de $P(Z) = 0$, alors placer dans le plan complexe les points N_0 ,

PARTIE B.-

Traiter deux (2) des quatre (4) problèmes (30 pts / problème)

- 1- Un dé est pipé de sorte que la probabilité d'apparition d'une face est proportionnelle à ce nombre. Soit X la variable aléatoire attachée au nombre de points qui apparaissent lorsqu'on lance ce dé.

- 1) Donner la loi de probabilité de X .
2) Dessiner le diagramme en bâtons de la loi de probabilité de X .
3) Calculer $V(X)$.
4) Étudier et représenter la fonction de répartition F de X .

N_1, N_2 images respectives de ces solutions. Quelle
est la nature du triangle $N_0N_1N_2$?