



Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 4 heures

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Obligatoire (40 pts) / (8 pts / question)
Recopier sur la feuille de mise au net la question accompagnée de la réponse jugée correcte en la justifiant.

1- On donne les nombres complexes $Z_1=1-i\sqrt{3}$ et $Z_2=4+4i$

La forme exponentielle de $Z_1 \cdot Z_2$ est :

$8\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{12}}$ $4\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{12}}$
 $8\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$ $4\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$

2- Une primitive F de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x)=\ln x$ est exprimée par :

$F(x)=\frac{1}{2}(\ln x)^2$ $F(x)=x\ln x - x$
 $F(x)=\frac{1}{x}$ $F(x)=\ln x$

3- On lance 3 fois une pièce de monnaie équilibrée. La probabilité d'obtenir exactement une fois le côté « pile » est égale à :

$\frac{1}{8}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{7}{8}$ 1

4- La solution particulière f de l'équation différentielle $y'=y$ telle que $f(1)=2$ est :

- la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2^x$
- la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x$
- la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2e^{x-1}$
- la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2e^x - 1$.

5- On considère une suite arithmétique de premier terme $U_0 = 5$ et de raison $r = 4$. La somme $S_n=U_0+U_1+\dots+U_{200}$ vaut :

$101\,304$ 1004 $81\,405$ 4001

PARTIE B.-
Traiter deux (2) des quatre (4) problèmes (30 pts / problème)

1- On s'intéresse à la production annuelle d'une catégorie d'articles dans une entreprise. On sait que le nombre d'articles produits par mois est entre 0 et 500. On suppose que le coût total, exprimé en milliers de gourdes, peut être modélisé C défini sur l'intervalle $[0; 5]$ par : $C(x)=2x^2+xe^{-2x+3}$, où x est exprimé en centaines d'articles.

1) a) Déterminer $C'(x)$; le coût marginal.

b) Calculer $C(0)$ et $C'(1,5)$.
En donner une interprétation concrète.
2) La fonction coût moyen, notée C_M , est la fonction

$C_M(x)=\frac{C(x)}{x}$.

définie sur $]0; 5]$ par :
Donner une expression de $C_M(x)$ en fonction de x .

3) a) Déterminer $C'_M(x)$ où C'_M est la fonction dérivée de C_M .

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $1-e^{-2x+3}=0$

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $1-e^{-2x+3}>0$

d) En déduire le sens de variation de C_M sur $]0; 5[$.

4) Pour quelle production x l'entreprise a-t-elle un coût moyen minimal et quel est ce coût?

2- Dans la série statistique ci-dessous, deux valeurs ont été affectées. On connaît, par contre, le point moyen G par ses coordonnées :

$x_G=7,5$ et $y_G=12,6$.

x_i	8,2	7,4		6,1	9
y_i	15	12,1	16,3		12

- Déterminer les valeurs manquantes x_3 et y_4 .
- Représenter le nuage de points (x_i, y_i) dans un repère orthogonal.
- Déterminer une équation de la droite D de régression de :
 - y en x
 - x en y
- Montrer que ces deux droites se coupent au point $G(\bar{x}, \bar{y})$ ou $G(x_G, y_G)$.
- Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y .

3- On tire au hasard, en même temps, trois ampoules dans un lot de 15 ampoules dont 5 sont défectueuses. On appelle X le nombre d'ampoules défectueuses tirées lors d'un tirage.

- Donner toutes les valeurs possibles pour la variable aléatoire X .
- Donner la loi de probabilité de X .
- Calculer $E(X)$. Que doit-on penser de ce résultat?
- Étudier et représenter graphiquement la fonction de répartition F de X .

4- Soit le nombre complexe : $U=-\sqrt{3}+i$

- Déterminer le module et un argument de U .
- Déterminer les cinq racines cinquièmes de U .

- 3) Placer les points images de ces racines dans le plan complexe, puis préciser la nature de la figure géométrique obtenue.