



Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles  
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 4 heures

**N.B :** Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

**PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 10). (30 pts / 3 pts par question).**

1- L'ensemble de définition de la fonction numérique

$f$  définie par  $f(x) = \frac{\sqrt{1+3x} - 2(2-x)}{x^2 + x - 2}$  est  $Df = \dots\dots\dots$

2- Si  $f$  est une fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$ , dont la courbe ( $\mathcal{C}$ ) en repère orthonormal admet la droite ( $\Delta$ ) d'équation  $y = 3x - 5$  comme asymptote oblique en  $+\infty$ ,

alors on a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \dots\dots\dots$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 3x] = \dots\dots\dots$

3- Le troisième terme de la suite  $U$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $U_n = \frac{3^{n+2}}{n!}$  est le réel  $\dots\dots\dots$

4- Une suite arithmétique  $(U_n)$  est telle que :  $U_0 = -3$  et  $U_1 = 4$ . Le quinzième terme de cette suite est le réel  $\dots\dots\dots$

5- La forme exponentielle du nombre complexe  $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$  est  $z = \dots\dots\dots$

6- Si  $A$  et  $B$  sont deux événements d'un espace probabilisé fini  $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$ , tels que  $A \subset B$  et  $p(\bar{B}) = \frac{5}{8}$ , alors on a  $p(A \cup B) = \dots\dots\dots$

7- On sait que, dans un espace probabilisé fini  $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), P)$ ,  $p(C) = 0,3$ ;  $p_C(D) = 0,2$  et  $p(C \cup D) = 0,8$ . Dans ce cas, on a  $P(D) = \dots\dots\dots$

8- Soit  $A$  une matrice de format  $3 \times 2$ . La transposée  $A^t$  de  $A$  est une matrice de format  $\dots\dots\dots$

9- Les données d'une série statistique  $(x_i; y_i)$  sont inscrites dans le tableau suivant :

|       |      |    |      |    |     |     |
|-------|------|----|------|----|-----|-----|
| $x_i$ | 15   | 20 | 25   | 30 | 35  | 40  |
| $y_i$ | 44,4 | 27 | 16,3 | 10 | 6,2 | 3,5 |

$G_1$  désigne le point moyen des 3 premières colonnes et  $G_2$ , celui des 3 dernières colonnes. L'équation de la droite  $(G_1G_2)$  est :  $y = \dots\dots\dots$

10- Le relevé des ventes de chaussures d'homme dans un magasin, en fonction des pointures est le suivant :

|                          |    |    |    |    |    |    |    |
|--------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Pointures                | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 |
| Nombre de paires vendues | 10 | 12 | 15 | 13 | 5  | 5  | 2  |

La médiane de cette série est  $\dots\dots\dots$

**PARTIE B.- Traiter deux (2) des quatre exercices. (35 pts)**

1. On remplit les cases d'un tableau de  $n$  lignes et de  $n$  colonnes de la manière suivante : sur la 1<sup>ère</sup> ligne, les naturels de 1 à  $n$ ; puis chaque nombre est égal à celui situé immédiatement au-dessus augmenté de 1.

|          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1        | 2        | 3        | ...      | $n$      |
| 2        | 3        | 4        | ...      | $n+1$    |
| 3        | 4        | 5        | ...      | $n+2$    |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $n$      | $n+1$    | $n+2$    | ...      | ...      |

- a) Préciser le dernier nombre écrit.  
b) Calculer, en fonction de  $n$ , la somme des nombres écrits sur la première ligne, celle des nombres écrits sur la deuxième ligne et celle des nombres écrits sur la dernière ligne.  
c) En déduire la somme de tous les nombres du tableau.

2. Une entreprise fabrique des appareils. Dans cette partie, on suppose que, si chaque appareil est vendu au prix unitaire  $x$  (en dollars), la quantité d'appareils demandés  $f(x)$ , en milliers d'unités, s'exprime par :  $f(x) = 200e^{-0,1x}$

La fonction  $f$  (fonction demande) est définie sur l'intervalle  $[15; 40]$

- 1) Tracer la représentation graphique  $\mathcal{C}$  de la fonction  $f$  sur  $[15; 40]$   
2) Déterminer graphiquement le montant de la demande si l'entreprise propose l'appareil à 23 dollars.  
3) Par le calcul, déterminer dans quel intervalle doit se situer le prix unitaire pour que la quantité demandée soit supérieure ou égale à 9000 unités.  
4) Calculer  $f'(x)$  où  $f'$  désigne la fonction dérivée de la fonction  $f$ . En déduire le sens de variation de la fonction  $f$ .  
5) On appelle fonction d'offre la fonction  $g$  définie sur  $[15; 40]$  par :  $g(x) = 4x - 60$ .  
Le nombre  $g(x)$  est le nombre de milliers d'appareils que l'entreprise est capable de produire et de vendre au prix de  $x$  dollars l'appareil.  
Tracer sur le même graphique la représentation graphique de la fonction  $g$ .

3. Le plan  $(P)$  est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ , unité graphique : 3 cm

On considère l'application  $f$  de  $\mathbb{C} \setminus \{-2 - i\}$  dans  $\mathbb{C}$  définie par :  $f(z) = \frac{z+1-2i}{z+2+i}$

- 1) Représenter dans  $(P)$  le point  $A$  d'affixe  $(-3 + i)$  et le point  $A'$  d'affixe  $f(-3 + i)$ .  
2) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $f(z) = 2i$   
3) En posant  $z = x + iy$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $y \in \mathbb{R}$ , déterminer la partie réelle et la partie imaginaire de  $f(z)$ .  
4) Déterminer dans  $(P)$  l'ensemble  $E$  des points  $M$  d'affixe  $z$  tels que  $f(x)$  soit réel.

4. Une usine fabrique des ampoules électriques à l'aide de trois machines  $A$ ,  $B$  et  $C$ . La machine  $A$  assure 20% de la production et 5% des ampoules fabriquées par  $A$  sont défectueuses. La machine  $B$  assure 30% de la production et 4% des ampoules fabriquées par  $C$  sont défectueuses.

- a) Représenter cette situation par un arbre pondéré.  
b) 1) On choisit au hasard une ampoule, calculer les probabilités des événements suivants :  
 $E$  : « L'ampoule est défectueuse et produite par  $A$  »  
 $F$  : « L'ampoule est défectueuse et produite par  $B$  »  
 $G$  : « L'ampoule est défectueuse et produite par  $C$  »  
En déduire la probabilité pour qu'une ampoule prise au hasard soit défectueuse.  
2) Calculer la probabilité pour qu'une ampoule provienne de  $A$ , sachant qu'elle est défectueuse.