

Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 3 heures 30

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 10). (30 pts / 3 pts par question).

1- Si I et J sont deux intégrales telles que $I = \int_0^{\pi} 2x \cos^2 x dx$ et $J = \int_0^{\pi} 2x \sin^2 x dx$, alors la valeur exacte, à $\frac{1}{100}$ près, de $I + J$ est : $I + J = \dots\dots\dots$

2- La fonction f définie par $f(x) = -x^2 + 6x + 7$ est strictement croissante sur l'intervalle $I = \dots\dots\dots; +\infty[$

3- On a l'équivalence $a = b \Leftrightarrow \ln a = \ln b$, parce que la fonction logarithme népérien est une fonction $\dots\dots\dots$

4- La somme des 50 premiers nombres entiers naturels impairs est égale à $\dots\dots\dots$

5- Les données d'une série statistique $(x_i; y_i)$ sont dans le tableau ci-dessous :

x_i	1	2	3	4	5
y_i	12	15	19	20	24

La covariance de cette série est égale à $\dots\dots\dots$

6- Si une suite arithmétique (U_n) est telle que : $U_0 = -3$ et $U_1 = 4$, alors $U_{14} = \dots\dots\dots$

7- Soit la série double suivante :

x_i	15	40	70	90	100
y_i	60	254	362	504	615

Les coordonnées du point moyen G du nuage associé à cette série sont donc $(\dots, \dots)$

8- Dans un espace affine euclidien E_3 muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, un plan (P) a pour équation $x + y + z = 1$
La distance du point $M(1, 2, 1)$ au plan (P) est égale à $\dots\dots\dots$

9- Le nombre complexe $z = \frac{2 \cdot e^{i\frac{\pi}{4}}}{5e^{2i\frac{\pi}{3}}}$ admet pour module $\rho = \dots\dots\dots$ et pour argument principal $\theta = \dots\dots\dots$

10- Soit le nombre complexe $z = 1 + i\sqrt{3}$. Le plus petit naturel n tel que z^n soit réel est bien $n = \dots\dots\dots$

PARTIE B.- Traiter deux (2) des quatre exercices. (20 pts)

- Une entreprise fabrique et commercialise un certain produit. Soit x la quantité produite en tonnes, x est un réel compris entre 0 et 13.
Le coût de production, exprimé en milliers de gourdes, est donné par : $p(x) = x^3 - 15x^2 + 76x$
 - Déterminer le coût de production de la cinquième tonne et celui de la dixième tonne.
 - Montrer que $p'(x) = 3(x - 5)^2 + 1$. En déduire le signe de $p'(x)$ sur $[0; 13]$.

- Dresser le tableau de variation et tracer la courbe représentative C de la fonction p dans le plan rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour 1 tonne en abscisse, 2 cm pour 100 000 gourdes en ordonnée).

- Le tableau suivant donne, dans une population féminine, la moyenne de la tension artérielle maximale en fonction de l'âge.

Âge en années (x)	36	42	48	54	60	66
Tension maximale (y)	11,8	13,2	14	14,4	15,5	15,1

- Représenter graphiquement le nuage de points de coordonnées $(x; y)$ de cette série statistique dans un repère orthogonal.

On graduera l'axe des abscisses à partir de 36 et l'axe des ordonnées à partir de 11. De plus, on prendra pour unités graphiques :

- 0,5 cm pour une année
- 2 cm pour une unité de tension

- G_1 désigne le point moyen des 3 premiers points du nuage et G_2 celui des 3 derniers points.

Déterminer les coordonnées des points G_1 et G_2 , puis vérifier que la droite (G_1G_2) a pour équation

$$y = \frac{1}{9}x + \frac{25}{3}$$

- Soit la fonction f telle que : $f(x) = x + \ln(2x + 2) - \ln(x + 2)$ et C_f sa courbe représentative.

- Préciser l'ensemble D_f de définition de f .
- Étudier les limites de f aux bornes des intervalles de D_f . En déduire l'existence de droites asymptotes à la courbe C_f .

- Montrer que la dérivée f' de f est telle que

$$f'(x) = \frac{-(x^2 + 3x + 1)}{(x + 1)(x + 2)}$$

puis étudier le signe de f' sur D_f .

- Représenter graphiquement f dans un repère orthogonal (4 cm pour une unité en abscisses et 8 cm pour une unité en ordonnées)

- On a mélangé dans une boîte 20 maillots : 4 blancs, 6 jaunes et 10 rouges, les prix de revient unitaires respectifs étant de \$3, \$2, \$1.

On prend 2 maillots au hasard et simultanément.

- Calculer la probabilité d'obtenir :
 - deux maillots blancs;
 - un maillot blanc et un maillot jaune ;
 - deux maillots de même couleur.
- Soit X la variable aléatoire réelle associée au prix de revient des 2 maillots tirés
 - Déterminer la loi de probabilité de X .
 - Calculer l'espérance mathématique et la variance de X .