

Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 3 heures 30

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 10). (40 pts / 4 pts par question).

1- Si 2 suites réelles u et v à termes non nuls convergent vers un même réel non nul, on a alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5U_n}{3V_n} = \dots\dots$

2- Dave gagne 3 gourdes le premier jour, 5 gourdes le deuxième jour, 7 gourdes le troisième jour, etc. On peut bien affirmer qu'il aura 260 gourdes en tout au bout de jours.

3- La forme exponentielle du nombre complexe $z = -3e^{-i\frac{\pi}{4}}$ est $z = \dots\dots\dots$

4- Soit $z_1 = -2e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $z_2 = -1+i$ deux nombres complexes. Un argument du produit $z_1 \times z_2$ est égal à

5- A et B sont deux événements indépendants d'un espace probabilisé fini $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$. Si $p(A \cup B) = \frac{4}{5}$ et $p(\bar{A}) = \frac{3}{5}$, on a alors $p(B) = \dots\dots\dots$

6- Soit X une variable aléatoire discrète. $V(X)$ désignant la variance de X et $\sigma(X)$, son écart-type. Si $V(X) = 3$, on a alors $\sigma(-3X) = \dots\dots\dots$

7- Dans $\mathbb{R}$, l'ensemble des solutions S de l'équation $(\ln x)^2 = \ln x$ est $S = \dots\dots\dots$

8- Soit x une variable réelle. L'ensemble des solutions de l'équation différentielle $(E): e^{-2x}y' - 2 = 0$, y' désignant la dérivée de y , est $S = \dots\dots\dots$

9- Soit la série suivante :

x	1	2	4	8
y	6	3	2	1

Le coefficient de corrélation est $r = \dots\dots\dots$

10- A et B sont deux réels tels que $A = \int_0^\pi \frac{1-e^t}{1+t^2} dt$ et

$$B = \int_0^\pi \frac{e^t + t^2}{1+t^2} dt.$$

La valeur exacte de la somme $A + B$ est

2. Une urne contient trois boules indiscernables au toucher, numérotées respectivement 1, 2 et 3. On effectue trois tirages successifs avec remise, et on note dans l'ordre les trois numéros ainsi obtenus.

- Préciser le nombre de résultats possibles.
- Soit X la variable aléatoire égale à la somme des deux premiers numéros tirés.
 - Donner les valeurs possibles de X et dresser le tableau de la loi de probabilité de X .
 - Calculer son espérance mathématique, sa variance et son écart-type.

3. Le tableau ci-dessous représente l'évolution du nombre annuel moyen d'accidents du travail.

Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre annuel moyen d'accidents du travail y_i	108,5	103,8	95,1	90,9	88,9	83,2

- Représenter graphiquement dans un repère le nuage de points associé à cette série.
- Compléter le tableau.

	x_i	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
1		108,5			
2		103,3			
3		95,1			
4		90,9			
5		88,9			
6		83,2			
Total					

- Calculer les coordonnées du point moyen G et le placer dans le repère.
- Déterminer :
 - La variance de X
 - La covariance de (X, Y) .
- Écrire l'équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés.

4. On considère les entiers $a = 266$ et $b = 224$.

- Calculer PGCD (a, b) en utilisant l'algorithme d'Euclide.
- À l'aide de cet algorithme, déterminer deux relatifs U et V tels que.
 $aU + bV = \text{PGCD}(a; b)$

5. Soit P le polynôme défini par :

$$P(z) = z^3 - 2(1+2i)z^2 + 7iz + 3(1-3i)$$

- Démontrer qu'il existe un imaginaire pur $i\beta$ solution de l'équation $P(z) = 0$.
- Déterminer le polynôme Q tel que :
 $P(z) = (z - i\beta)Q(z)$
- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

PARTIE B.- Traiter trois (3) des cinq exercices. (60 pts)

1. Soit f la fonction numérique à variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = 1 - x + \ln x$, et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

- Déterminer l'équation réduite de la tangente $(\mathcal{D})$ à $(\mathcal{C})$ de f au point d'abscisse 1.
- Étudier les variations de f , puis montrer qu'elle admet un maximum. En déduire le signe de f sur $]0; +\infty[$
- En déduire la position relative de $(\mathcal{C})$ par rapport à $(\mathcal{D})$.
- Tracer $(\mathcal{C})$ dans le repère.