



Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 3 heures 30

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 10). (40 pts / 4 pts par question).

- 1- i étant le nombre complexe de module 1 et d'argument principal $\frac{\pi}{2}$, si $z = 1 - i$, on a alors $z^{11} = \dots\dots\dots$
- 2- On considère la série statistique à deux variables donnée par le tableau ci-dessous :
- | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y | 215 | 257 | 268 | 285 | 303 | 324 |
- La droite d'ajustement obtenue par la méthode des moindres carrés permet de prévoir que, pour $x = 10$, on aura (à l'unité près) $y = \dots\dots\dots$
- 3- La courbe (C) de la fonction $f : x \mapsto \ln(x+1)$ a pour asymptote verticale la droite d'équation $x = \dots\dots\dots$
- 4- La limite quand x tend vers plus l'infini de la fonction f définie par $f(x) = \frac{2E(x)}{x-1}$, ($x > 1$); où $E(x)$ désigne la partie entière de x , est $\dots\dots\dots$
- 5- Soit z un nombre complexe. Si $z = \left(2; \frac{\pi}{3}\right)$, on a alors $z^6 = \dots\dots\dots$
- 6- Un entrepreneur a creusé un puits selon le tarif suivant : 200 gourdes pour le premier mètre, 600 gourdes pour le deuxième mètre, 1800 gourdes pour le troisième mètre, et ainsi de suite.
Si le puits a coûté 8 000 gourdes, alors on peut dire que la profondeur atteinte est de $\dots\dots$ mètres.
- 7- (U_n) est une suite arithmétique de premier terme $U_0 = 4$ et de raison $r = 2$. La somme des 20 premiers termes de (U_n) est $\dots\dots\dots$
- 8- Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$. La transformation par laquelle le point $M'(z')$ est l'image du point $M(z)$ telle que $z' = 3z - 2 + 4i$ a pour éléments caractéristiques : rapport $\dots\dots$ et centre $\Omega(\dots\dots; \dots\dots)$
- 9- Soit X une variable aléatoire définie sur un espace probabilisé. Si l'espérance mathématique de X est $\frac{7}{5}$, alors l'espérance mathématique de $7 - 5X$ est égale à $\dots\dots\dots$
- 10- Une fonction numérique f est telle que $f'(x) = -3x^2 + 6x - 1$ et $f(1) = -1$.
On peut donc écrire $f : x \mapsto \dots\dots\dots$

PARTIE B.- Traiter trois (3) des cinq exercices. (60 pts)

1. a et b étant 2 réels donnés. Soit f la fonction réelle définie par $f(x) = \left(a + \frac{b}{x}\right)e^x$.

- 1) Déterminer a et b sachant que la dérivée première f' de f est définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f'(x) = \frac{(x-2)^2 e^x}{x^2}$.
- 2) On suppose que $a = 1$ et $b = -4$.
a) Etudier les variations de f , puis tracer sa courbe (C) dans le plan muni d'un repère orthonormal.
b) Ecrire l'équation de la tangente à (C) en son point P d'abscisse 1.
2. Un sac contient 6 boules rouges numérotées de 1 à 6 et 3 boules blanches numérotées de 1 à 3.
On extrait simultanément 2 boules portant les numéros a et b .
a) Quelle est la probabilité pour que l'on ait $a = b$?
b) Quelle est la probabilité pour que les 2 boules tirées soient de couleurs différentes.
c) A chaque tirage, on associe la variable aléatoire X définie de la façon suivante :
- si les 2 boules sont blanches, X prend la valeur $a + b$.
- si les 2 boules sont rouges, X prend la valeur $|a - b|$.
- si les 2 boules sont de couleurs différentes, X prend la valeur 0.
1) Déterminer la loi de probabilité de X .
2) Calculer la variance de X .
3. On place un capital initial C_0 de 70 000 gourdes à intérêts composés au taux annuel de 9%.
Soit C_n le capital dont on dispose au bout de n années.
1) Montrer que (C_n) est une suite géométrique.
Donner sa raison. Calculer C_7 .
2) Au bout de combien d'années de placement, le capital acquis dépassera-t-il le triple du capital initial?
4. 1) Écrire la liste des diviseurs positifs des entiers 4494, 1092 et 728.
2) En déduire le PGCD de (4494, 1092, 728).
3) La fraction $\frac{728}{1092}$ est-elle irréductible ?
5. Le tableau suivant donne le poids y en kg d'un nourrisson x jours après sa naissance.
- | | | | | | | | |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|
| x_i | 5 | 7 | 10 | 14 | 18 | 22 | 26 |
| y_i | 3,61 | 3,70 | 3,75 | 3,85 | 3,90 | 4,05 | 4,12 |
- 1) Représenter le nuage de points associé à cette série.
2) Déterminer une équation de la droite de régression de y en x et représenter cette droite sur le graphique.
3) Donner une estimation du poids du nourrisson 30 jours après sa naissance.