



Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est formellement interdit.
2. Tout gadget électronique (Tél., tablette, iPad, montre intelligente) est formellement interdit dans la salle d'examen.
3. Le silence est obligatoire dans la salle, il crée de meilleures conditions de travail.
Durée de l'épreuve : 3 heures

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 5). (30 pts / 6 pts par question).

1- Le domaine de définition de la fonction numérique f de variable réelle x définie par

$$f(x) = \frac{x+5}{x^2 - |x| - 2} \text{ est } Df = \dots\dots\dots$$

2- A et B sont deux évènements de $(\Omega, P(\Omega), p)$, d'évènements contraires respectifs $\bar{A}$ et $\bar{B}$ tels que $P_B(\bar{A}) = 0,2$ et

$$p(A) = p(\bar{B}) = 0,6, \text{ on a donc } p(\bar{A} \cap B) = \dots\dots$$

3- Pour que la somme $3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 3n = 2583$, il faut que l'entier naturel $n = \dots\dots\dots$

4- On donne les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

Le produit $A \times B$ est égal à $\dots\dots\dots$

5- Une salle de théâtre contient 2000 places assises. Lors du lancement d'un nouveau spectacle, le directeur s'attend à ce que le nombre de spectateurs augmente au fil du temps et note en conséquence chaque jour le nombre de personnes souhaitant y assister.

Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Rang du jour : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de spectateurs : y_i	97	102	110	122	127	135	145
	5	5	0	5	5	0	0

L'équation réduite de la droite D d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés est donc $y = \dots\dots\dots$

PARTIE B.- Traiter deux (2) des quatre (4) exercices. (70 pts) 35 pts / exercice.

1. Le 1^{er} janvier 2002, un employé signe le contrat suivant :

- salaire annuel de 200 000 G.
- augmentation annuelle 20% au 1^{er} janvier de chaque année. On désigne par U_n le montant de son salaire annuel au cours de l'année $n + 2002$.

1) Démontrer que (U_n) est une suite géométrique.

2) Exprimer U_n en fonction de n puis calculer sa limite.

3) Déterminer le salaire perçu par cet employé au cours des 20 premières années.

2. Le tableau suivant indique le nombre d'inscrits à un rallye pédestre annuel organisé par une association de quartier pendant 10 années consécutives.

Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre d'inscrits : y_i	25	40	42	48	55	69

7	8	9	10
66	70	79	86

1) Représenter le nuage de points $M_i(x_i, y_i)$ associée à cette série statistique dans un repère orthogonal.

On choisira les unités suivantes :

1 cm pour 1 année sur l'axe des abscisses.

1 cm pour 10 années sur l'axe des ordonnées.

2) Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points. Placer le point G sur la figure.

3) On désigne par A le point du nuage de coordonnées $(3, 42)$.

a) Tracer la droite (AG) sur la figure et déterminer une équation de la droite (AG) .

b) On admet que la droite (AG) est une droite d'ajustement du nuage.

Estimer par le calcul, le nombre d'inscrits pour le rallye de rang 11.

3. Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$. Unité graphique 4 cm.

Dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

On considère f l'application qui, à tout nombre

$$z \neq -2i, \text{ associe } z' = f(z) = \frac{z - 2 + i}{z + 2i}$$

1) Si $z = x + iy$, x et y étant deux réels, exprimer la partie réelle et la partie imaginaire de z' en fonction de x et de y .

2) Déterminer l'ensemble E des points M d'affixe z du plan tels que z' soit réel et l'ensemble F des points M d'affixe z' du plan, tels que z' soit un imaginaire pur.

3) Représenter ces deux ensembles.

4. On considère la fonction f , définie sur l'intervalle $]0 ; 20]$ par :

$$f(x) = (3e^2 - x) \ln x + 10$$

- a) Déterminer la limite de f au voisinage de 0.
- b) Calculer la valeur exacte de $f(e^2)$, puis une valeur approchée à 0,01 près.
- c) Montrer que, pour tout x de $]0 ; 20]$,

$$f'(x) = -\ln x + \frac{3e^2}{x} - 1 \text{ où } f' \text{ désigne la dérivée}$$

de la fonction f .

- d) Déterminer le sens de variations de la fonction f sur cet intervalle $]0 ; 20]$ et dresser son tableau de variations sur cet intervalle.