

- Consignes :**
1. L'usage de la calculatrice programmable est formellement interdit.
 2. Tout gadget électronique (Tél., tablette, iPad, montre intelligente) est formellement interdit dans la salle d'examen.
 3. Le silence est obligatoire dans la salle, il crée de meilleures conditions de travail.

Durée de l'épreuve : 3 heures

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 5). (30 pts / 6 pts par question).

- 1- Pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$, si $f(x) = \ln 4x - \ln 2x$, alors $f(x) = \ln a$ pour $a = \dots\dots\dots$
- 2- On donne les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$
 et $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & -2 \\ -3 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 Le produit $A \times B$ est égal à $\dots\dots\dots$
- 3- En 2020, Roger dépose 1000000 dans une caisse d'épargne à un taux d'intérêts composés de 5% par an. Son capital en 2023 sera de $\dots\dots\dots$
- 4- Soit X une variable aléatoire définie sur Ω de l'espace probabilisé fini $(\Omega, P(\Omega), p)$ et a un nombre réel non nul. Si l'espérance mathématique de X est $E(X) = \frac{5}{3}$ et $E(aX) = 5$, alors $a = \dots\dots\dots$

- 5- Le tableau suivant donne la répartition des pointures de chaussures de 121 joueurs membres d'un club de football.

Pointure	37	38	39	40	41	42	43
Effectif	3	17	11	24	12	38	16

La pointure médiane est $\dots\dots\dots$

PARTIE B.- Traiter deux (2) des quatre (4) exercices. (70 pts) 35 pts / exercice.

1. On considère un générateur électrique de force électromotrice E (en volt, V) et de résistance interne r (en ohm, Ω). Ce générateur est relié à une résistance R . On démontre en physique que :
 - La force E est déterminée par la formule : $E = (r + R)i$, ou i est l'intensité du courant en ampère (A).
 - La puissance P (en watt, w) délivrée par le générateur est déterminée par la formule $P = Ri^2$

On donne $E = 12V$; $r = 25\Omega$

- 1) Démontrer que $P(R) = R \times \frac{144}{(25 + R)^2}$
- 2) On considère la fonction f définie sur $[0 ; 50]$ par : $f(x) = \frac{144x}{(25 + x)^2}$

Étudier les variations de la fonction f et dresser son tableau de variations.

- 3) Pour quelle valeur de R la puissance P sera-t-elle maximale ? Que vaudra alors cette puissance ?
2. Soit la suite (U_n) définie par $U_0 = 2$ et la relation de récurrence $U_{n+1} = \frac{U_n + 2}{2U_n + 1}$ et la suite V_n définie par $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 1}$.
 - 1) Calculer U_1 et U_2 .
 - 2) Démontrer que V_n est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme V_0 .
 - 3) a) Exprimer V_n et U_n en fonction de n .
b) calculer la limite de U_n .
3. 1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $2z - 3\bar{z} + 1 + 2i = 0$
 2) Déterminer l'ensemble (E) des points $M(z)$ tels que : $\frac{z - 2i}{z + i} \in \mathbb{R}$
 3) On pose $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.
 Montrer que $j^2 = \bar{j}$.

4. Le tableau suivant donne pour chaque prix d'un article le nombre d'acheteurs potentiels selon une étude :

Prix x_i	350	400	450	500	550	600
Nbre d'acheteurs y_i	140	120	100	95	85	70

- a) Construire dans un repère orthogonal le nuage de points associé à ce tableau statistique.
- b) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série (on donnera une valeur approchée à 10^{-2} près)
- c) En utilisant la méthode des moindres carrés, exprimer y en fonction de x sous la forme $y = ax + b$.