



Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit. 2. Le téléphone est interdit dans les salles.
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 2 heures 30

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 8). (40 pts / 5 pts par question).

- 1- F et f sont deux fonctions numériques définies sur $\mathbb{R}$. Si F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$ telle que $F(x) = 8x^3 - x + 3e^{2x}$, alors on a $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) = \dots\dots$
- 2- Soit la fonction numérique f , de variable réelle x définie par : $f(x) = 2x + e^{2x} - e^x$. Si I est le point d'inflexion de la courbe $(\mathcal{C})$ de f , on a alors $I(\dots; \dots)$.
- 3- Soit (U_n) la suite géométrique de premier terme $U_0 = 1$ et de raison $q = \sqrt{2}$.
La somme S_{20} des vingt (20) premiers termes de la suite (U_n) est $S_{20} = \dots\dots\dots$
- 4- Si (U_n) est une suite arithmétique telle que $U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 = 185$, alors la valeur de U_3 est égale à $\dots\dots\dots$
- 5- $z = 1 + i$ est un nombre complexe; mais z^{12} est un nombre réel. La valeur de ce nombre réel est $\dots\dots\dots$
- 6- Dans le plan affine (P) rapporté à un repère orthonormé, on considère les 3 points non alignés E, F et H. Si le point G tel que $\overrightarrow{GE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{FH}$ est le barycentre du système $S = \{(E, a), (F, b), (H, c)\}$ alors $a = \dots$, $b = \dots$ et $c = \dots$
- 7- Pour une variable aléatoire X définie sur l'univers Ω d'un espace probabilisé, si l'espérance mathématique est $E(X) = 4$ et l'écart type $\sigma(X) = 1$, alors $E(X^2)$ est égal à $\dots\dots\dots$
- 8- On considère la série statistique.

valeur	10	14	25	30
effectif	400	200	300	100

La moyenne de cette série est $\bar{x} = \dots\dots\dots$

PARTIE B.- Traiter trois (3) des cinq (5) exercices (60 pts) 20 pts / exercice.

1. On considère la fonction numérique f définie par :
- $$f(x) = \frac{3x}{1 + \ln x}$$
- a) Étudier les variations de f puis tracer sa courbe représentative $(\mathcal{C})$ dans le plan muni d'un repère orthonormal.
- b) Soit M_0 un point de $(\mathcal{C})$ d'abscisse $x_0 = e$.
- 1) Préciser l'ordonnée de ce point M_0 .

- 2) Trouver l'équation de la tangente à $(\mathcal{C})$ au point M_0 .
- Calculer $\int_1^e \frac{3}{f(x)} dx$
- 3)

2. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 10$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,9u_n + 1,2$. On considère la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par : $V_n = U_n - 12$.

- a. Démontrer que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

- b. Exprimer V_n et U_n en fonction de n .

3. Le plan est rapporté au repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$. À tout point $M(x, y)$ d'affixe z , on associe le point $M'(x', y')$ d'affixe z' tel que $z' = z^2 - 2(1 + i)z$.

- a) Exprimer x' et y' en fonction de x et de y .
- b) Soit H l'ensemble des points M tels que z' soit un nombre réel.
Montrer que H est la représentation graphique d'une fonction h que l'on déterminera.

4. On lance simultanément deux dés cubiques bien équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

- a) Calculer la probabilité de l'évènement A : « la somme des deux numéros obtenus sur les faces est supérieure à 8 ».
- b) On désigne par X la variable aléatoire associant à chaque couple de numéros la somme de ces derniers. Quelles sont donc les valeurs prises par X ?
- c) Déterminer la loi de probabilité et l'espérance mathématique de X .

5. Les tailles x_i , en centimètres, et les masses y_i , en kilogrammes de six jeunes agronomes sont consignées dans le tableau suivant :

x_i	185	165	158	164	162	170
y_i	78	68	52	68	58	70

- a) Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage associé à cette série.
- b) Déterminer le coefficient directeur de la droite de régression de y en x . En déduire l'équation de cette droite.