



Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit. 2. Le téléphone est interdit dans les salles.
3. Le silence est obligatoire.

Durée de l'épreuve : 2 heures 30

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 8). (40 pts / 5 pts par question).

- 1- Le domaine de définition de la fonction f de variable réelle x définie par : $f(x) = \frac{2x-5}{\ln x - 3}$ est $Df = \dots\dots$
- 2- Une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ de la fonction $f : x \mapsto \frac{e^{2x}-1}{e^x+1}$ en son point d'abscisse 0 est $\dots\dots$
- 3- Si la somme des 3 premiers termes d'une suite arithmétique est 405, alors la valeur du deuxième terme est $\dots\dots$
- 4- L'ensemble des minorants de la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{4n+3}{n+1}$ est $E = \dots\dots$
- 5- Un argument du nombre complexe $z = \frac{1+i}{1-i}$ est le réel $\theta = \dots\dots$
- 6- Si A et B sont 2 événements d'un espace probabilisé fini $(\Omega, P(\Omega), p)$ tels que $P(A \cup B) = \frac{5}{8}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ et $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$, alors on a $p(\overline{A}) = \dots\dots$
- 7- Dans l'espace affine $\mathcal{E}$ si A, B, C et G sont 4 points tels que $2\overrightarrow{GA} - 3\overrightarrow{GB} + 6\overrightarrow{GC} = \vec{0}$, alors le point G est le barycentre du système $\{(A, 2), (B, \dots), (C, \dots)\}$.
- 8- Le coefficient de corrélation linéaire d'une série statistique double de variables x et y est le nombre r défini par : $r = \dots\dots$

PARTIE B.- Traiter trois (3) des cinq (5) exercices (60 pts) 20 pts / exercice.

- 1. On considère la fonction f définie pour x réel par $f(x) = \ln(e^x + e^{-x})$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal.
 - a) Préciser l'ensemble de définition de f puis vérifier que pour tout réel x , on a $f(x) = x + \ln(1 + e^{-2x})$ et $f(x) = -x + \ln(e^{2x} + 1)$. En déduire que (C) admet deux droites Δ et Δ' comme asymptote que l'on précisera.
 - b) Étudier les variations de f puis tracer la courbe $(\mathcal{C})$.

- 2. Un espace désertique gagne du terrain à raison de 8% par an. Aujourd'hui, en juillet 2022, il est à 3 hectares.
 - a) Quelle sera sa surface en juillet 2023 ?
 - b) Quelle sera sa surface au bout de 5 ans ?
 - c) Au bout de combien d'années sa surface sera-t-elle doublée ?
- 3. Soit P un polynôme complexe tel que $\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = z^3 - (1-i)z^2 + 4z - 4 + 4i$
 - a) Calculer $P(2i)$. Que peut-on en déduire ?
 - b) Trouver un polynôme $Q(z)$ du second degré tel que $P(z) = (z-2i).Q(z)$.
 - c) Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. Les solutions de cette équation sont notées z_0, z_1 et z_2 , avec z_1 et z_2 solutions de $Q(z) = 0$ et $\text{Re}(z_1) < \text{Re}(z_2)$
 - d) On désigne par A, B et C les points images dans le plan complexe des racines de P . Déterminer l'abscisse de l'isobarycentre du triangle ABC .
- 4. Sur sept morceaux de cartons identiques on inscrit les lettres du mot « voyager ». Après les avoir renversés, on en tire simultanément 3 morceaux et on désigne par X , la variable aléatoire associée au nombre de voyelles obtenues.
 - a) Déterminer les valeurs prises par X et la loi de probabilité de cette dernière.
 - b) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X .
- 5. Chacun des 8 étudiants en filière d'étude en psychologie dans une université a passé un certain nombre d'heures à la préparation de son examen de psychologie. On désigne, après résultat de l'épreuve par X le nombre d'heures consacrées à la préparation, et par Y la note obtenue sur 20. Et voici les résultats.

x_i (heures)	2	2	6	6	7	8	10	11
y_i (notes obtenues)	5	10	7	11	12	9	16	14

 - a) Quel est le nombre d'heures moyen consacré à la préparation et quelle est la note moyenne obtenue ? En déduire le point moyen de cette série.
 - b) Calculer la covariance et le coefficient de corrélation de la série.
 - c) Est-il possible de proposer un ajustement linéaire pour cette série ? Justifier la réponse.