



- Consignes :**
1. L'usage de la calculatrice programmable est formellement interdit.
 2. Tout gadget électronique (Tél., tablette, iPad, montre intelligente) est formellement interdit dans la salle d'examen.
 3. Le silence est obligatoire dans la salle, il crée de meilleures conditions de travail.

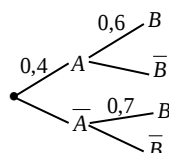
Durée de l'épreuve : 3 heures

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 5). (30 pts / 6 pts par question).

1- L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation : $\ln(x+2) + \ln(3x-2) = 2\ln(2x)$ est

2- Une situation aléatoire est modélisée par l'arbre ci-dessous.



La probabilité de l'événement B est $p(B) = \dots\dots$

3- Si pour un nombre complexe z on a $z + \bar{z} = -8$ et $z - \bar{z} = 6i$, alors le carré du module de z a pour valeur

4- Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé, A, B et C sont les points d'affixes respectives.

$3 + 2i$; $-1 + 3i$ et $-2 - 2i$. L'affixe z_G du barycentre G des points massifs (A, 2); (B, -3) et (C, 5) est $z_G = \dots\dots\dots$

5- Dans un lycée d'un pays africain, on a relevé l'âge x_i et la pointure y_i de quatre (4) enseignants. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

x_i	28	35	45	60
y_i	40	35	43	38

La covariance entre ces deux variables est égale à

PARTIE B.- Traiter deux (2) des quatre (4) exercices (70 pts) 35 pts / exercice.

1. On considère la fonction f de variable réelle x définie par : $f(x) = \ln\left[\frac{4(x+1)}{4-x}\right]$ et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) Déterminer le domaine de définition de f .

2) a) Montrer que l'on a, pour tout x élément du domaine de définition de f :

$$f(x) = 2\ln(x+1) - 2\ln(4-x) + 4\ln 2$$

b) Déterminer les limites de f puis tracer sa courbe $(\mathcal{C})$.

3) Étudier les variations de f puis tracer sa courbe $(\mathcal{C})$.

2. Deux urnes U_1 et U_2 contiennent des boules.

U_1 : 3 rouges et 2 vertes ;

U_2 : 2 rouges et 1 verte.

On choisit au hasard l'une des deux urnes puis on tire au hasard une boule de cette urne.

On note la couleur de la boule tirée.

1) Construire l'arbre de probabilité de cette expérience aléatoire.

2) Calculer la probabilité de l'événement : « la boule tirée est verte »

3) On a tiré une boule rouge. Quelle est la probabilité qu'elle provienne de l'urne.

a) U_1 ?

b) U_2 ?

3. f est la fonction définie sur $\mathbb{C}$ par :

$$f(z) = z^3 - 2(\sqrt{3} + i)z^2 + 4(1 + i\sqrt{3})z - 8i$$

a) Vérifier que $f(2i) = 0$ puis mettre $f(z)$ sous la forme :

$$f(z) = (z - 2i)(az^2 + bz + c); (a, b, c \in \mathbb{R})$$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $f(z) = 0$.

4. Un chercheur désire savoir si l'âge d'un enfant est en relation avec le nombre de cavités que l'enfant

a. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Age d'un enfant x	6	8	9	10	12	14
Nombre de cavités y	2	1	3	4	6	5

a) Tracer le nuage statistique et déterminer le point moyen du nuage.

b) Déterminer le coefficient de corrélation r de la série et interpréter le résultat.

c) Déterminer l'équation de la droite de régression de y en x et tracer la droite sur le nuage.

d) Prédire le nombre de cavités pour un enfant de 11 ans.