MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE (MENFP)
FILIÈRE D'ENSEIGNEMENT GÉNÉRAL
EXAMENS DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES
MATHÉMATIQUES
SÉRIES : (SVT, SMP)
JUILLET 2022

SECANTE

Consignes :1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit2.Le téléphone est interdit dans les salles
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 2 heures30

N.B :Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 8). (40 pts / 5 pts par question).

1- Soit f la fonction de variable réelle x définie par $f(x)=\dfrac{\ln(2x+1)}{3x}$.
La limite de f en 0 est ....

2- Si une fonction numérique f est telle que $f(x)=Ke^{ax}$ et $f'(x)=3f(x)$ ou a et K sont deux constantes réelles, alors la valeur de a, pour $k \neq 0$ est $a =$ ....

3- Si (U_n) est une suite géométrique dont la raison est 0,98 et dont le premier terme est $U_1 = 1{,}5$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n =$ ....

4- Soit (U_n) $n \in \mathbb{N}^*$, une suite arithmétique de premier terme $U_1 = 5$ et de raison $r = 8$.
Le cinquième terme de cette suite est égal à ......

5- Soit $Z_1 = e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $Z_2 = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}$ deux nombres complexes. Un argument du produit Z_1Z_2 est ...

6- Si m désigne un réel, le barycentre de (A, 3m) ; (B, 5m-2) n'existe que si $m \neq \cdots$

7- Soit A et B deux événements d'un même univers Ω de $(\Omega, P(\Omega, p)$. Si A et B sont indépendants alors on a : $p(A \cap B) = \cdots\cdots$

8- Si les données d'une série statistique (x_i, y_i) ont permis d'obtenir V(x) = 5 et Cov(x, y) = 14, alors le coefficient directeur de la droite de régression de y en x est égal au réel ...

PARTIE B.- Traiter trois (3) des cinq (5) exercices (60 pts) 20 pts / exercice.

1. Une entreprise fabrique des pièces qu'elle conditionne par centaines. Sa fabrication journalière varie entre 100 et 650 pièces. On suppose que le bénéfice (positif ou négatif), exprimé en milliers de dollars en fonction de la quantité q milliers de pièces fabriquées, est donné par : $B = -2q^2 + 20q - 18 - 16\ln q$

Soit f la fonction numérique définie pour tout $x \in [1; 6{,}5]$ par : $f(x) = -2x^2 + 20x - 18 - 16\ln x$

a) Dresser le tableau de variation de f et tracer dans un repère orthonormal la courbe représentative $(\mathscr{C})$ de f, en considérant les points d'abscisses 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

b) Quelle est la quantité de pièces à fabriquer par cette entreprise pour réaliser un bénéfice maximal dont la valeur est à préciser, en dollars.

2. On considère la suite (U_n) définie par :
$U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + 2$

a) Calculer U_1, U_2 *et* U_3.

On pose $V_n = U_n - 8$ pour tout entier n.

b) Calculer V_0, V_1 *et* V_2.

c) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique.

d) En déduire V_n et U_n en fonction de n.

3. Dans un repère orthogonal direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $Z_A = -\sqrt{3} - i$, $Z_B = 1 - i\sqrt{3}$, $Z_C = \sqrt{3} + i$ et $Z_D = -1 + i\sqrt{3}$

a) Donner le module et un argument de chaque nombre complexe.

b) Réaliser une figure et placer les points A, B,C et D.

c) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD.

4. On dispose de 3 boites A, B et C. La boite A contient 5 boules noires et 5 boules rouges. B contient 4 noires et 6 rouges et C contient 2 noires et 8 rouges. On tire une boule dans A, puis une dans B et enfin une dans C (les tirages sont supposés équiprobables).

1) Calculer la probabilité d'obtenir:
   a) 3 boules rouges.
   b) Exactement 2 boules noires.

2) X est une variable aléatoire qui est égale au nombre de boules rouges obtenues à l'issue du tirage indiqué ci-dessus.
Calculer l'espérance mathématique de X.

5. On a relevé pendant six minutes la vitesse d'accélération d'une voiture de sport. Voici le résultat.

Temps x_i (s)	1	2	3	4	5	6
Vitesse (m/s) y_i	10	15	60	120	175	200

a) Représenter le nuage de points de la série double $(x_i ; y_i)$ dans un repère orthonormal du plan.

b) Déterminer la variance de X et de Y et la covariance de (X, Y).

c) Trouver une équation de la droite de régression de Y en X par la méthode de Mayer.