



MATHÉMATIQUES
SÉRIES : (SVT-SMP)
FÉVRIER 2022

Démonstration

- Consignes :**
- 1. L'usage de la calculatrice programmable est formellement interdit.
 - 2. Tout gadget électronique (Tél., tablette, iPad, montre intelligente) est formellement interdit dans la salle d'examen.
 - 3. Le silence est obligatoire dans la salle, il crée de meilleures conditions de travail.

Durée de l'épreuve : 3 heures

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 5). (30 pts / 6 pts par question).

- 1- Soit g la fonction définie sur $[-1; 4]$ par :
- $g(x) = -x^3 + 3x^2 - 1$ et C_g sa courbe représentative dans un repère. La valeur moyenne de la fonction sur $[-1; a]$ est nulle pour $a = \dots\dots\dots$
- 2- Dans $\mathbb{C}^2$ l'ensemble des solutions du système
- $$\begin{cases} z_1 \times z_2 = -7 + i \\ z_1 + z_2 = -3 - 4i \end{cases}$$
- est $\dots\dots\dots$
- 3- Maya possède 20 dollars dans sa tirelire au 1^{er} Juin 2018. À partir de cette date, chaque mois, elle dépense un quart du contenu dans sa tirelire, puis y place 20 dollars supplémentaires. Pour tout entier naturel n , on note U_n la somme d'argent contenue dans la tirelire de Maya à la fin du $n^{\text{ième}}$ mois. On a $U_0 = 20$. La somme d'argent contenue dans la tirelire de Maya à la fin du $n^{\text{ième}}$ mois est de $\dots\dots\dots$
- 4- On soumet 30 élèves d'une classe de secondaire 4 à un contrôle de mathématiques comportant trois exercices. Après la correction des copies, l'enseignant a remarqué que seulement 12 de ces élèves ont pu traiter le dernier exercice. La probabilité qu'un élève de cette classe rencontré au hasard n'ait pas traité cet exercice est donc $p = \dots\dots\dots$

- 5- Une grande banque a recueilli, après enquête auprès de ses clients, les résultats suivants :

Revenus annuels en milliers de gourdes :	12	14	16	19	25
x_i					
Epargne en milliers de gourdes : y_i	0,1	0,50	0,75	1,1	2,1

Les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points associés à cette série sont $(\dots\dots ; \dots\dots)$

PARTIE B.- Traiter deux (2) des quatre (4) exercices (70 pts) 35 pts / exercice.

1. Soit f la fonction numérique de variable réelle x telle que $f(x) = \frac{e^x}{x^3}$ et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- a) Préciser le domaine de définition de f .
 - b) Compléter le tableau suivant qui est celui des variations de f .

x	$+\infty$	-1	0	1	3	$+\infty$
f'						
f						

- c) Montrer que $(\mathcal{C})$ admet une unique tangente parallèle à (Ox) en un point dont les coordonnées sont à préciser.
- d) Déterminer l'équation de la droite tangente à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 1.
2. On considère le polynôme complexe P tel que $\forall z \in \mathbb{C}$:
- $P(z) = z^3 - (1 + 9i)z^2 + (7i - 28)z + 10 + 28i$
- a) Montrer que P admet une racine imaginaire pure que l'on précisera.
 - b) Factoriser $P(z)$, puis résoudre l'équation $p(z) = 0$.
 - c) Si z_0, z_1 et z_2 désignent les solutions de $P(z) = 0$, alors, placer dans le plan complexe les points N_0, N_1 et N_2 images respectives de z_0, z_1 et z_2 . Quelle est la nature du triangle $N_0N_1N_2$?
3. Les suites (U_n) et (V_n) définies sur $\mathbb{N}$ sont telles que :
- $$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n - 1 \end{cases} \text{ et } V_n = U_n + h, h \in \mathbb{R}$$
- a) Déterminer le réel h pour que (V_n) soit une suite géométrique.
 - b) Les suites (V_n) et (U_n) sont-elles convergentes ? Justifier la réponse.
 - c) Exprimer V_n et U_n en fonction de n .
 - d) Calculer en fonction de n la somme $S_n = U_0 + \dots + U_n$

4. Dans un carnet de santé, on peut lire le poids moyen d'un enfant de sa naissance à 12 ans :

âge en années	0	1	2	4	7
Poids y_i en kg	3,4	7	10,5	14,5	20,5
				11	12
				33	37,5

- 1) Représenter le nuage de points associé à la série ci-dessus (unités graphiques : 1 cm pour 2 années en abscisse : 1 cm pour 10 kg en ordonnée). Ce nuage permet-il d'envisager un ajustement affine ?
- 2) Déterminer une équation de la droite d'ajustement par la méthode des moindres carrés sous la forme $y = mx + p$ (m et p seront arrondis au dixième). Tracer cette droite dans le repère précédent.
- 3) Estimer le poids moyen de cet enfant à l'âge de 5 ans.