ÉTUDES SECONDAIRES Raisonnement

MATHÉMATIQUES

Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles 3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 2 heures 30

***N.B :** Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.*

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 5). (30 pts / 6 pts par question).

1- Le domaine de définition de la fonction numérique f de variable réelle x telle que $f(x)=\ln\left(\frac{x^2-3x}{x^2+1}\right)$ est

$Df=$ ...]−∞, 0] ∪ [3, →[

2- On pose $z_1=1+i\sqrt{3}$ et $z_2=\frac{z_1}{1+|z_1|}$ deux nombres complexes. Le module de z_2 est ....

3- On a relevé les salaires mensuels en dollars dans une entreprise et on obtenu :

Salaire	[800, 1000[	[1000, 1200[	[1200, 1500[	[1500, 2000[
Effectif	20	15	10	5

Une valeur approchée de l'écart-type des salaires est ....

4- G étant le barycentre du système $\{(A,\lambda);(B,\beta)\}$ avec $\lambda+\beta\neq 0$. Si $\overrightarrow{AG}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ alors $\beta=$... et $\lambda=$...

5- On considère une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et de première terme − 1. Pour tout entier naturel n, on désigne par S_n la somme des n premiers termes de cette suite. La limite de la suite (S_n) ainsi définie est ....

PARTIE B.- Traiter deux (2) des quatre (4) exercices. (70 pts) 35 pts / exercice.

1. Soit f la fonction numérique à variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=x-2\ln(x)$.
   1) Déterminer les limites de f quand $x\to 0$ et $x\to+\infty$
   2) a) Démontrer que, pour tout $x\in]0;+\infty[$ la dérivée de la fonction f est égale à $f'(x)=\frac{x-2}{x}$.
      b) Étudier le signe de $f'(x)$. En déduire le tableau de variation de f.
   3) Démontrer que $F(x)=\frac{x^2}{2}+2x-2x\ln(x)$ est une primitive de la fonction f.

2. Soit X une variable aléatoire dont l'espérance mathématique $E(X)$ est égale à 0,5, la variance $V(X)$ est égale à 0,45 et dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

x_i	0	1	1,5	2
p_i	p_1	p_2	0,2	p_4

a) Déterminer les probabilités p_1, p_2 et p_4.

b) Déterminer et représenter graphiquement la fonction de répartition de X.

c) En déduire l'écart-type de X.

3. On considère le nombre complexe :

$z=x^2+y^2-4+i(2x+y+1)$

a) Déterminer l'ensemble (E) des nombres complexes z tel que z soit un réel, puis représenter (E).

b) Déterminer l'ensemble (F) des nombres complexes z tels que z soit un imaginaire pur, puis représenter (F).

4. Dans un carnet de santé, on peut lire le poids moyen d'un enfant de la naissance à 12 ans.

âge x_i en années	0	1	2	4	7	11	12
poids y_i en kg	3,4	7	10,5	14,5	20,5	33	37,5

a) Représenter le nuage de points associé à la série ci-dessus (unité graphique : 1 cm pour 2 années en abscisse : 1 cm pour 10 kg en ordonnée). Ce nuage permet-il d'envisager un ajustement affine ?

b) Déterminer une équation de la droite d'ajustement par la méthode de moindres carrés sous la forme $y = mx + p$. Tracer cette droite dans le repère précédent.